## DURÉE DE VIE DE PIÈCES COMPOSITES À MATRICE CÉRAMIQUE AUTO-CICATRISANTE SOUS AIR

**E. Baranger** LMT-Cachan, ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris, 61 avenue du président Wilson, F-94230 Cachan, FRANCE. Téléphone : 01 47 40 76 92, Télécopie : 01 47 40 27 85. Adresse électronique : baranger@lmt.ens-cachan.fr

Mots clés : Composite à matrice céramique, cicatrisation, modèle, multiphysique, durée de vie

## 1 INTRODUCTION

Les composites à matrice céramique SiC/SiC (CMC) présentent des propriétés de bonne tenue mécanique pour une densité faible. L'alliance de deux composants fragiles (matrice et fibre) est rendue utilisable grâce à l'introduction d'une interphase enrobant la fibre. Des réseaux de fissures matricielles peuvent alors se créer sous l'action de charges mécaniques sans entraîner la rupture du composite. Ces réseaux sont des passages privilégiés pour l'oxygène. Pour des températures supérieures à  $400^{\circ}C$ , Des mécanismes d'oxydation qui dégradent l'interphase de pyrocarbone et la fibre pilotent la rupture du composite. Afin de ralentir la progression de l'oxygène dans le matériau, une matrice autocicatrisante permettant d'atteindre des durées de vies très importantes grâce à l'ajout de bore dans certaines couches de matrice a été développée. Sous atmosphère oxydante, ces couches forment un verre qui remplit les fissures et joue le rôle de bouchon en ralentissant la diffusion de l'oxygène. L'oxydation de l'interface et des fibres est ainsi limitée ce qui augmente très nettement la durée de vie (Forio et Lamon 2001) sans pour autant réparer le matériau. Une utilisation industrielle de ce type de matériaux impose de disposer d'outils de prédiction du comportement mécanique et de leur durée de vie. Celle-ci, pour des chargements faibles, peut atteindre plusieurs dizaines de milliers d'heures ce qui engendre des coûts expérimentaux très importants. Le recours à la modélisation est alors un point clé dans l'utilisation de tels matériaux. Le challenge consiste donc à remplacer certains essais par une modélisation fondée sur une connaissance approfondie des mécanismes physiques élémentaires.

Un modèle macroscopique dont le but est de prédire le comportement mécanique ainsi que la durée de vie du matériau a été mis en place (Letombe *et al.* 2003, Cluzel *et al.* 2009) suite à une première série de modèles ne traitant que du comportement mécanique (Gasser *et al.* 1996). Ce modèle est composé de deux parties. La première concerne la mécanique et permet de prédire le comportement du composite. Elle repose sur un modèle d'endommagement anisotrope (Ladevèze 2002). Chaque endommagement représenté par un tenseur de souplesse est associé à un réseau de fissures particulier. Le réseau de fissures transverses des fils est utilisé avec le niveau de chargement pour construire un indicateur d'ouverture des fissures transverses dans la matrice intra-fils. Cet indicateur permet de coupler le modèle mécanique à un modèle de diffusion/réaction (deuxième partie du modèle) au sein de ce réseau de fissures et donc de décrire le processus de cicatrisation. Ceci a pour objectif de piloter la dégradation des fibres en fonction de l'historique de chargement, représenté principalement par le cumul de concentration d'oxygène au niveau des fibres. L'évolution du critère de rupture fragile des fibres comparé à la charge appliquée permet alors de revenir au comportement mécanique et ainsi prédire la rupture et donc la durée de vie du composite.

L'objectif de ce papier est de poursuivre ces travaux en évaluant les capacités du modèle dans le cadre du calcul de structures soumises à un dommage. Pour cela, une stratégie numérique a été développée pour déterminer la durée de structures CMC dans le cas de chargements thermomécaniques complexes (Genet *et al.* 2011). Le modèle d'endommagement anisotrope a été implanté dans ABAQUS/Standard et interfacé avec MATLAB afin de post-traiter la partie physicochimie.

Deux applications ont été traitées. La première application correspond à la simulation d'un essai de fatigue statique sur une éprouvette haltère. L'interaction entre le champ thermique et mécanique

est analysée dans le cas des mors chauds et des mors froids. Un bon accord avec les observations expérimentales disponibles est mis en évidence. Le second cas-test est dédié à l'analyse de la tolérance aux dommages. Plus précisément, il s'agit d'évaluer l'influence d'un dommage dû à un impact sur la durée de vie de la structure. L'endommagement typique induit par un essai d'indentation quasistatique est équivalent à la perte de propriété due à la présence d'un trou (Herb *et al.* 2010). C'est la raison pour laquelle, un essai de fatigue statique sur plaque trouée a été simulé. L'analyse est complétée en étudiant l'influence du diamètre du trou sur la durée de vie.

#### 2 MODÈLE MÉCANIQUE

#### 2.1 Endommagement matriciel inter et intra-fils

La modélisation mécanique macroscopique suit les travaux de (Gasser *et al.* 1998, Ladevèze 2002, Ladevèze *et al.* 2001, Ladevèze et Letombe 2000). Celle-ci peut se résumer en deux points clés. Premièrement, la cinématique d'endommagement n'est pas définie a priori car une partie « matricielle »est dirigée par l'orientation de la charge et sera donc imposée par les lois d'évolution. Afin de dissocier les effets d'ouverture et refermeture des fissures, l'énergie de déformation est dissociée en 3 parties associées au dommage activé en traction uniquement, au dommage activé en traction et compression et à la compliance initiale  $C_0$ . D'où la densité d'énergie de déformation suivante :

$$e_d = \frac{1}{2} \left( Tr[C\sigma^+\sigma^+] + Tr[C_0\sigma^-\sigma^-] + Tr[Z\sigma\sigma] \right)$$
(1)

C et Z sont les variables d'endommagement.  $\sigma^+$  (resp.  $\sigma^-$ ) est la partie positive (resp. négative) des contraintes prise au sens de l'endommagement C (resp. au sens de  $C_0$ ).

Cette forme initiale permet de prendre en compte l'anisotropie au niveau de l'élasticité et du dommage. La forme du dommage est tout à fait générale car représentée par un tenseur d'ordre 4 (tenseur de souplesse) définie par les lois d'évolution.

Le deuxième point clé concerne la loi d'évolution de l'endommagement. Les différents mécanismes de dégradation mécanique sont représentés chacun par une variable d'endommagement, ils sont la fissuration matricielle inter-fils, la fissuration matricielle intra-fils et l'usure de l'interface fibre/matrice. Une loi d'évolution est alors attribuée à chaque variable d'endommagement c'est-à-dire à chaque mécanisme. L'endommagement total résulte ensuite du cumul des différents endommagements.

$$\dot{C} = \dot{C}_m + \dot{C}_f^{longi.} + \dot{C}_f^{trans.} + \dot{C}_{fatigue}^{longi.} + \dot{C}_{fatigue}^{trans.}$$
(2)

On peut y voir apparaître, dans l'ordre, les endommagements dus à :

- la fissuration matricielle inter-fils;
- la fissuration intra-fils longitudinaux et la fissuration intra-fils transversaux ;
- l'usure de l'interface fibre/matrice intra-fils longitudinaux et l'usure de l'interface fibre/matrice intra-fils transversaux pour des chargements de type fatigue.

L'évolution de la déformation anélastique totale suit le même type de cumul, sans le terme dû à la fissuration matricielle. En effet, l'anélasticité est ici associée à des glissements entre fibres et matrice ou entre torons et matrice.

Le mécanisme de fatigue est basé sur l'usure de la partie avec décohésion de l'interface fibre/matrice autour de la fissure matricielle (Rouby et Reynaud 1993). Il est mis en place à partir d'une analyse dimensionnelle et prend la forme suivante pour les torons longitudinaux :

$$\dot{C}_{fatigue}^{longi} = \Delta C_{f+m}^{longi}(1,1) \frac{-\dot{\Phi}(N)}{\Phi(N)^2} \frac{\Delta \sigma(1,1)}{\sigma_{max}(1,1)} \begin{pmatrix} f & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(3)

avec  $\Phi(N)$  la fonction d'usure variant entre 0 et 1 identifiée expérimentalement. N est un nombre de cycles équivalent à un endommagement donné dans le cas général. Dans le cas d'un chargement de fatigue à niveau et amplitude constants, N représente directement le nombre de cycles effectués. La même forme est utilisée pour la déformation anélastique associée à la fatigue.

#### 2.2 Indicateur d'ouverture des fissures

L'indicateur d'ouverture des fissures (fissures transverses intra-fils) est l'un des points essentiels pour le couplage entre mécanique et physico-chimie. En effet, celui-ci permet de passer du comportement

macroscopique à la description géométrique d'une fissure modèle dans laquelle la cicatrisation se développe. Cet indicateur a été introduit par (Letombe 2005) et repose sur une modélisation de type *shear-lag* (Aveston *et al.* 1971, Rouby et Reynaud 1993, Reynaud 1996).

Considérons une fibre dans sa gaine de matrice soumise à un chargement de traction et modélisée par éléments finis. Le comportement de la matrice est supposé élastique fragile. Une distribution de Weibull de contraintes à rupture est utilisée pour décrire la statistique de rupture matricielle. L'interphase de pyro-carbone est modélisée par une interface de type contact frottant. La contrainte de cisaillement transmissible à l'interface dépend du glissement relatif cumulé au cours du temps afin de modéliser l'usure de l'interphase de PyC lors d'un chargement de fatigue cyclique. Ce modèle (Letombe *et al.* 2003) est identifié de manière à reproduire un essai de traction cyclé à 0 sur éprouvette ainsi que les densités de fissures observées sur mini-composite par (Lissart et Lamon 1997). Il est donc cohérent avec le comportement observé aux différentes échelles.

Un certain nombre de chargements statiques et de fatigue sont simulés avec ce modèle ainsi qu'avec le modèle macroscopique. Il est ainsi possible de tracer la surface de réponse donnant l'évolution de l'indicateur (moyen) d'ouverture des fissures en fonction de la densité (moyenne) de fissures et des variables du modèle macroscopique. On fait de même pour la densité de fissures en fonction des variables macroscopiques.

Après linéarisation de la surface de réponse calculée dans la zone d'intérêt (plage de contraintes moyennes), la densité de fissures dans les torons longitudinaux est donnée par :

$$d_{longi} = (a\tau + b)(\Delta C_f^{longi} + \Delta C_{fatigue}^{longi})$$
(4)

 $\tau$  est la contrainte de cisaillement transmissible par l'interface dans le modèle et décroit exponentiellement avec le nombre de cycles de fatigue. L'indicateur d'ouverture des fissures dans les torons longitudinaux est calculé à partir de l'endommagement et de la contrainte puis de la déformation anélastique :

$$h_{longi} = \frac{K_1}{d_{longi}} \left( \left( \Delta C_f^{longi} + \Delta C_{fatigue}^{longi} \right) \right) \sigma + \frac{K_2}{d_{longi}} \varepsilon_{ine}$$
(5)

Les coefficients apparaissant dans ces expression sont identifiés grâce aux calculs menés sur le modèle micro. Cependant, on s'autorise à ajuster  $K_1$  et  $K_2$  afin d'avoir les bonnes durées de vie sur éprouvette tout en restant dans une plage d'ouvertures de fissures physiquement représentatives (de l'ordre du  $\mu m$ ).

#### 2.3 Rupture des fils

Le prédiction de la rupture finale de la structure requiert un outil additionnel. En effet, un critère local ne permet pas de prédire la rupture sur un tel matériau, un critère non-local est nécessaire (Whitney et Nuismer 1974). L'approche utilisée est basée sur les travaux de (Nuismer et Whitney 1975) et a déjà été appliquée avec succès aux composites à matrice organique (Hochard *et al.* 2007, Miot *et al.* 2010) ainsi qu'aux composites à matrice céramique (Flores *et al.* 2010).

Le concept est relativement simple (Figure 1). Il consiste, pour chaque direction de fibres, à calculer la moyenne du champ de contraintes sur un domaine  $\Omega$  défini par une longueur  $l_0$  considérée comme un paramètre matériau (En pratique, on utilise ici la taille du motif de tissage i.e. 2 mm). Par exemple, dans les torons longitundinaux, le critère de rupture s'écrit :

$$\exists \qquad \underline{x} / \tilde{\sigma}_1(\underline{x}) \ge \sigma_1^R(\underline{x}) \tag{6}$$

avec 
$$\tilde{\sigma}_1(\underline{x}) = \frac{1}{|\Omega|} \int_{\Omega} \sigma_{11}^+(\underline{x}') \, \underline{dx}' \quad \forall \underline{x}$$
 (7)

Ce critère peut être réécrit différemment sous forme d'un potentiel restant (*reserve factor*) comme dans (MIL-HDBK-17-3F 2002). Cette quantité donne une bonne idée de la relation entre contrainte appliquée et contrainte à rupture (celle-ci évoluant à cause de l'environnement). Elle est définie par :

$$\tilde{\sigma}_{1}^{R}(\underline{x}) = \frac{\sigma_{1}^{R}(\underline{x})}{\tilde{\sigma}_{1}(\underline{x})} \quad \forall \underline{x}$$
(8)

Le critère de rupture devient alors :

$$\exists \underline{x} / \tilde{\sigma}_1^R(\underline{x}) \le 1 \tag{9}$$

Pour une dégradation donnée (oxydation des fibres), il permet de connaître la marge restant dans le cas d'une surcontrainte appliquée rapidement.



FIG. 1 – Critère de rupture non local

# 3 MODÈLE PHYSICO-CHIMIQUE

## 3.1 Cicatrisation : oxydation matricielle - diffusion

La modélisation physico-chimique des mécanismes d'oxydation est couplée au comportement mécanique à partir d'un indicateur d'ouverture de fissures présenté plus haut. La modélisation physicochimique est basée sur une compréhension des mécanismes de base présentés dans (Forio et Lamon 2001) et sur une démarche de modélisation proposée dans (Letombe *et al.* 2003). Le retour de la partie physicochimie vers la mécanique est l'évolution d'un seuil de rupture fragile sens fibres. L'hypothèse principale est donc que les mécanismes d'oxydation et de cicatrisation prépondérants sont liés à la diffusion d'oxygène à travers les fissures perpendiculaires aux fibres. Une modélisation de l'oxydation de CMC non autocicatrisant sous faible pression d'oxygène sous hautes températures proposée dans (Jones *et al.* 1995, Jones et C.H. 2005) attribue la dégradation principalement à l'oxydation de l'interface de Pyrocarbone entre la fibre et la matrice. Une modélisation de l'effet de la cicatrisation sur l'oxydation de fibres de carbone a été proposée dans (Lamouroux et Naslain 1994). On y retrouve une compétition entre la vitesse de formation d'un bouchon d'oxyde et la consommation de fibres de carbone. Une modélisation est proposée dans (Casas et Martinez-Esnaola 2003) mais pour des applications à très hautes températures. Ici encore, deux éléments interviennent fortement : la dégradation de l'interface de Pyrocarbone et la dégradation de la limite à rupture des fibres.

Le modèle présenté ici repose sur la description d'une fissure modèle dont la morphologie est représentative de la séquence matricielle au coeur du matériau et dont l'ouverture correspond à l'indicateur d'ouverture des fissures. Les mécanismes représentés sont la diffusion (dans l'air ou dans l'oxyde), la formation de l'oxyde, la consommation de PyC et la volatilisation ou l'éjection par cyclage mécanique de celui-ci. La figure 2 présente la fissure modèle dans deux configurations de bouchon (cicatrisation active ou non) et la représentation filaire associée dans le cas d'une cicatrisation active. La point F représente le front de Pyrocarbone, D la fibre, A le point d'entrée de l'oxygène dans le bouchon et C la limite interne du bouchon d'oxyde lorsque celui rempli la fissure. Le point E représente le front d'oxydation du carbure de bore. Cette dernière permet de résoudre analytiquement le problème de diffusion. Le problème de réaction et d'écoulement du bouchon d'oxyde est quant à lui, traité numériquement.

#### 3.2 Fissuration sous-critique des fibres

Lorsque l'oxygène atteint les fibres, la durée de vie de celles-ci diminue sans qu'un endommagement mesurable apparaisse. L'analyse des faciès de rupture (Loseille et Lamon 2010) montre que le nombre de fibres effectivement oxydées ayant entrainé la rupture d'un fil est faible et donc l'influence de la dégradation par oxydation de ces fibres est négligeable à l'échelle du composite. Les données disponibles (Gauthier *et al.* 2006) sur mono-filament et sur fil donnent l'évolution de la durée de vie des fibres pour un chargement donné (contrainte, température, pression partielle d'oxygène). Une première modélisation simple permet de représenter ces données expérimentales, elle lie la résistance des fils (notée  $\sigma_r$ ) à un cumul d'oxygène vu par les fibres lors du chargement (noté  $\Theta$ ). Ce cumul permet de prendre en compte des chargements non-constants comme c'est le cas lorsque la cicatrisation ne se produit pas assez rapidement ou que son efficacité, liée aux dimensions du bouchon, diminue avec la consommation de matrice  $B_4C$ .



FIG. 2 – Représentation filaire de la fissure modèle

$$\Theta \sigma_r^n = B \ avec \ \Theta = \int_{temps} C_{O_2} exp(-\frac{E_a}{RT}) dt \tag{10}$$

où  $C_{O_2}$  est la concentration d'oxygène au droit des fibres calculée avec le modèle de cicatrisation présenté précédemment.

# 4 INTÉGRATION NUMÉRIQUE

Comme vu précédemment, le modèle global comporte deux parties. La première, constituée d'un modèle d'endommagement anisotrope, traite les mécanismes de fissuration. Ce modèle d'endommagement a été implanté dans ABAQUS/Standard sous forme d'une routine utilisateur UMAT.

La deuxième partie du modèle global, constituée d'un modèle de diffusion - réaction - écoulement, traite de la cicatrisation des fissures et de l'oxydation des fibres. Ce modèle a été implanté dans Matlab et est exécuté en post-traitement du calcul de structure mécanique. Ce post-traitement renvoie une évolution de la contrainte seuil de rupture des torons en fonction du temps pour les points de calcul considérés comme intéressants. L'objectif étant de prédire la rupture des torons, les contraintes sont moyennées sur une zone de la taille d'un toron avant d'êtres post-traitées. Ceci est similaire à l'approche utilisée par (Hochard *et al.* 2007, Miot *et al.* 2010). Compte tenu de l'implantation numérique découplée entre mécanique et physico-chimie, la rupture d'une structure composite est ici associée à la rupture du premier toron. L'algorithme correspondant est représenté Figure 3.

Dans cet algorithme, l'évolution du seuil de rupture des torons est mise sous la forme d'un facteur de potentiel restant (reserve factor). Celui-ci est à rapprocher de la démarche mise en oeuvre dans (MIL-HDBK-17-3F 2002) pour des cas de chargement simples.

# 5 SIMULATION D'UNE ÉPROUVETTE HALTÈRE

Lors de la caractérisation du matériau en température, des essais de traction en mors froids sur éprouvettes haltères ont été utilisés (Moevus *et al.* 2008). Les températures visées dans le fût de l'éprouvette sont  $500^{\circ}C$  et  $700^{\circ}C$ . Les mors étant froids, le gradient de température dans l'éprouvette a été mesuré (Figure 4).

Pour  $500^{\circ}C$  en zone utile, la rupture est prédite dans le fût (Figure 5). Pour  $700^{\circ}C$  en zone utile, la rupture est prédite dans les congés de raccordement. Ceci est en accord avec les résultats expérimentaux. En fait, l'efficacité de la cicatrisation augmente avec la température. Dans le cas du chargement à  $700^{\circ}C$ , il y a donc compétition entre la zone la plus dégradée mécaniquement (ouverture des fissures intra-fil plus larges) mais bien protégée et la zone moins dégradée mécaniquement mais moins bien protégée par la cicatrisation. On s'aperçoit sur cet exemple très simple qu'il est difficile de prédire la zone la plus chargée. Il en résulte qu'une analyse simplifiée basée sur l'estimation à priori d'une zone dimensionnante est difficile.

La figure 6, montre le bon accord entre durées de vie expérimentales et prédites par le modèle sur une large plage de contraintes. Notons que la dispersion de durée de vie a été mise en évidence récemment par (De Melo-Loseille et Lamon 2009) et sera prise en compte dans le modèle ultérieurement.



FIG. 3 – Algorithme de résolution du modèle



FIG. 4 – Champ de température mesuré dans une éprouvette (mors froids).



FIG. 5 – Reserve factor pour un montage en mors froids (200 MPa pendant 278 h)



FIG. 6 – Comparaison des durées de vie obtenues numériquement et expérimentalement à  $500^{\circ}C$  (donnée expérimentales issues de (Penas 2002, Moevus 2007, De Melo-Loseille et Lamon 2009))

## 6 PREMIER CAS DE TOLÉRANCE AU DOMMAGE

Par la suite, un premier cas d'étude de la tolérance au dommage a été traité sous la forme d'un calcul sur plaque trouée (Genet *et al.* 2011). En effet, un choc basse énergie engendre une dégradation forte de la zone sous l'impacteur (Herb *et al.* 2010) qui sera donc modélisée comme complètement rompue. Dans ce cadre, différents rapports diamètre de trou sur largeur de plaque (noté d/w) ont été étudiés en traction.



FIG. 7 – Évolution de la durée de vie en fonction de la contrainte nominale appliquée à  $500^{\circ}C$  pour différents diamètres de trou

La figure 7 présente l'évolution de la durée de vie en fonction de la charge mécanique nominale appliquée ( $\sigma$ ) pour différentes géométries de trous. La contrainte est ici calculée comme la force appliquée divisée par la section restante de l'éprouvette dans la zone trouée, soit :

$$\sigma = \sigma_0 \frac{1}{1 - \frac{d}{w}} \tag{11}$$

 $\sigma_0$  est la force appliquée divisée par la section de l'éprouvette. Sans trou (d = 0),  $\sigma = \sigma_0$ .

Les courbes de la Figure 7 se resserrent pour des niveaux de contraintes importants. Pour une durée de vie de 1000 h, il faudrait charger une éprouvette saine à 110 MPa alors qu'une éprouvette trouée (diamètre de trou sur largeur d'éprouvette de 0.4) reprendra seulement 80 MPa. En revanche, à 80 MPa, une éprouvette restant saine pourra durer 7000 h. Ce type de calcul permet de définir, pour un aspect de trou donné, un facteur de concentration de contrainte permettant le calcul de la durée de vie à partir des données sur éprouvette non trouée. Ce facteur est approximativement constant sur toute la gamme de chargement.

#### 7 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'utilisation de composites à matrice céramique auto-cicatrisante sur des applications de longues durées de vie implique des coûts expérimentaux importants. Une modélisation, basée sur une description fine des mécanismes de dégradation / cicatrisation, est alors un atout pour dimensionner de telles structures. Dans ce papier, un modèle permettant de prédire le comportement et la rupture différée d'une structure composite sous chargement mécanique et environnemental est présenté brièvement. S'agissant d'un couplage faible entre mécanique et physico-chimie, ces deux modèles sont implantés séparément dans Abaqus d'une part et dans Matlab d'autre part. La physico-chimie est donc pour le moment post-traitée. Des premiers exemples simples ont été traités et montrent la difficulté de prédire a priori les zones les plus chargées (au sens de la durée de vie). Un premier cas de tolérance au dommage a été traité sous la forme d'une plaque trouée compte tenu des dégradations engendrées par de faibles niveaux d'énergie. Le modèle (complexe) développé ici peut alors être utilisé pour se donner des guides simples de dimensionnement comme des facteurs de concentration de contrainte associés à la prédiction de la durée de vie.

#### REFERENCES

- Aveston J., Cooper G. et Kelly A. : Single and multiple fracture. *Proceedings of conférence on the properties of fibre composites of the national physical laboratory*, 4:15–26, 1971.
- Casas L. et Martinez-Esnaola J. : Modelling the effect of oxidation on the creep behaviour of fibrereinforced ceramic matrix composites. *Acta Materialia*, 51(13):3745–57, 2003.
- Cluzel C., Baranger E., Ladevèze P. et Mouret A. : Mechanical behaviour and lifetime modelling of self-healing ceramic-matrix composites subjected to thermomechanical loading in air. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 40(8):976–984, 2009.
- De Melo-Loseille O. et Lamon J. : Prediction of Ceramic Matrix Composites Lifetime in High Temperature Static Fatigue based on a Probabilistic Fracture Mechanics Model. *In Proceedings of the 17th International Conference on Composite Materials (ICCM17)*, JUL 2009.
- Flores S., Evans A., Zok F., Genet M., Cox B., Marshall D., Sudre O. et Yang Q. : Treating matrix nonlinearity in the binary model formulation for 3D ceramic composite structures. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 41(2):222–229, 2010.
- Forio P. et Lamon J. : Fatigue behavior at high temperatures in air of a 2 D SiC/Si-B-C composite with a self-healing multilayered matrix. *Ceramic Transactions(USA)*, 128:127–141, 2001.
- Gasser A., Ladeveze P. et Poss M. : Damage mechanisms of a woven sicsic composite: Modelling and identification. *Composites science and technology*, 56(7):779–784, 1996.
- Gasser A., Ladevèze P. et Pérès P. : Damage modelling for a laminated ceramic composite. *Materials Science and Engineering A*, 250:249–255, 1998.
- Gauthier W., Lamon J. et Pailler R. : Fatigue statique de monofilaments et de fils sic hi-nicalon à 500 et 800°c. *Revue des Composites et Matériaux Avancés*, 16(2):221–41, 2006.
- Genet M., Marcin L., Baranger E., Cluzel C., Ladevèze P. et Mouret A. : Computational prediction of the lifetime of self-healing cmc structures. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2011.
- Herb V., Couégnat G. et Martin E. : Damage assessment of thin sic/sic composite plates subjected to quasi-static indentation loading. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 41 (11):1677–1685, 2010.
- Hochard C., Lahellec N. et Bordreuil C. : A ply scale non-local fibre rupture criterion for cfrp woven ply laminated structures. *Composite structures*, 80(3):321–326, 2007.
- Jones R. et C.H. H. : Subcritical crack growth processes in sic/sic ceramic matrix composites. *Journal of European Ceramic Society*, 25-10:1717–1722, 2005.
- Jones R., Henager C. et Windisch C. : High temperature corrosion and crack growth of sic/sic at variable oxygen partial pressures. *Materials Science and Engineering A*, 198(1-2):103–112, 1995.

- Ladevèze P. : An anisotropic damage theory with unilateral effects: applications to laminate and threeand four-dimensional composites. *In* Allix O. et Hild F., éds: *Continuum damage mechanics of materials and structures*. Elsevier, 2002.
- Ladevèze P. et Letombe S. : Recent advances on an anisotropic damage theory including unilateral effects. *In International bimestre on damage mechanics symposium on continuous damage and fracture*, p. 81–88, 2000.
- Ladevèze P., Letombe S. et C. C. : A cmc damage model based on micro- and macromechanics for high-temperature and complex loading. *In HTCMC 4 4th Int. Conf. on High Temperature Ceramic Matrix Composites*, p. 578–583, 2001.
- Lamouroux F. et Naslain R. : Kinetics and mechanisms of oxidation of 2d woven c/sic composites: Ii theoretical approach. *J. of American Ceramic Society*, 77(8):2058–2068, 1994.
- Letombe S. : Modélisation du couplage oxydation/endommagement des Composites à Matrice Céramique Autocicatrisante. Thèse de doctorat, ENS-Cachan, 2005.
- Letombe S., Cluzel C. et Ladevèze P. : Un modèle macroscopique prenant en compte le couplage oxydation/endommagement dans les cmc. *In JNC13*, p. 713–722, 2003.
- Lissart N. et Lamon J. : Damage and failure in ceramic matrix minicomposites: experimental study and model. *Acta material*, 45(3):1025–1044, 1997.
- Loseille O. et Lamon J. : Prediction of lifetime in static fatigue at high temperatures for ceramic matrix composites. *Advanced Materials Research*, 112:129–140, 2010.
- MIL-HDBK-17-3F : Mil-hdbk-17-3f: Composite materials handbook, polymer matrix composites: Materials usage, design, and analysis. vol. 17, v. 3. US Department of Defense, 3, 2002.
- Miot S., Hochard C. et Lahellec N. : A non-local criterion for modelling unbalanced woven ply laminates with stress concentrations. *Composite Structures*, 92(7):1574–1580, 2010.
- Moevus M. : Damage mechanisms, acoustic emission and lifetime in static fatigue of SiC/Si-B-C comsposites at intermediate temperature (<800°C) (in French). Phd thesis, INSA-Lyon (France), 2007.
- Moevus M., Rouby D., Godin N., R'Mili M., Reynaud P., Fantozzi G. et Farizy G. : Analysis of damage mechanisms and associated acoustic emission in two sic/[si–b–c] composites exhibiting different tensile behaviours. part i: Damage patterns and acoustic emission activity. *Composites Science and Technology*, 68(6):1250–1257, 2008.
- Nuismer J. et Whitney R. : Uniaxial failure of composite failure laminates containing stress concentrations. *Fracture Mechanics of Composites*, p. 117–142, 1975.
- Penas O. : Study of SiC/SiBC multi-layered matrix composites in cyclic fatigue at high temperature under air (in French). Phd thesis, INSA-Lyon (France), 2002.
- Reynaud P. : Cycle fatigue of ceramic-matrix composites at ambient and elevated temperatures. *Composites Science and Technology*, 56:809–814, 1996.
- Rouby D. et Reynaud P. : Fatigue behaviour related to interface modification during load cycling in ceramic-matrix fibre composites. *Composites Science and Technology*, 48:109–118, 1993.
- Whitney R. et Nuismer J. : Stress fracture criteria for laminated composite laminates containing stress concentrations. *Journal of Composite Materials*, 8:253–265, 1974.