### INSTABILITES, MICROENDOMMAGEMENT, ET NONLINEARITES EN RUPTURE DY-NAMIQUE DES MATERIAUX FRAGILES

**D. Bonamy** Service de Physique de l'Etat Condensé (SPEC), CEA Saclay, CNRS UMR 3680, Centre de l'Orme des Merisiers, 91191 Gif sur Yvette Cedex Téléphone : 01 69 08 21 14, Télécopie : 01 69 08 87 86 Adresse électronique : daniel.bonamy@cea.fr

# Mots clés : Rupture dynamique, matériaux fragiles, désordre microstructurale, instabilités, microendommagement

## 1 INTRODUCTION

La propagation dynamique des fissures est le mécanisme fondamental amenant à la rupture brutale des solides dits fragiles (verres, céramiques, roches, PMMA, polystyrène...). En effet, dans un matériau élastique en tension, la présence d'une fissure amplifie grandement le champ de contrainte à sa pointe. Du coup, le solide se retrouve à dissiper l'énergie mécanique fournie en s'endommageant localement dans le voisinage immédiat de cette pointe. Et la fissure se propage jusqu'à casser le solide.

La mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER) est le cadre théorique pertinent pour décrire ces effets de concentration de contraintes, et par suite la déstabilisation puis propagation des fissures. Ses grandes lignes seront présentées (section 2). L'application de la MLER repose en revanche sur certaines hypothèses qui, très souvent, cessent d'être pertinentes lorsque la vitesse de fissuration devient importante. Les raisons sous-jacentes seront détaillées dans les sections 3 à 6 et nous évoquerons brièvement, en conclusion, les pistes de recherche futures.

Mentionnons enfin lŠexistence de plusieurs articles de revue très complets sur cette problématique de la rupture dynamique fragile. Le lecteur pourra consulter avec intérêt celles proposées par Ravi-Chandar [37], Fineberg et Marder [14] et, très récemment, Bouchbinder et al. [5].

#### 2 LA MECANIQUE LINEAIRE ELASTIQUE DE LA RUPTURE (MLER)

#### 2.1 Champ singulier et facteur d'intensité des contraintes

Considérons le cas d'une fissure droite et immobile dans un matériau linéaire élastique 2D homogène chargé en tension. Il est alors montré [23, 32] que le champ de contrainte  $\sigma_{ij}$  présente une singularité en pointe de fissure :

$$\sigma_{ij}(r,\theta) \sim \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} F_{ij}(\theta), \tag{1}$$

où  $(r, \theta)$  sont les coordonnées cylindriques du point considéré dans le référentiel  $(\vec{e_x}, \vec{e_y})$  centré sur la pointe de fissure. Ici, la fonction  $F_{ij}(\theta)$  est une fonction générique indiquant la variation du champ de contrainte avec l'angle  $\theta$  (donnée par exemple Ref. [25], chapitre 2). Le facteur d'intensité des contraintes K en revanche est fonction du chargement et de la géométrie du spécimen. K est la grandeur pertinente caractérisant la force d'ouverture appliquée sur notre fissure.

### 2.2 Zone de process et hypothèse du "small scale yielding"

Dans un matériau parfaitement linéaire élastique, la singularité en  $1/\sqrt{r}$  sur le champ de contrainte implique une élongation infinie à la pointe de la fissure. Du coup, une sollicitation infinitésimale appliquée au matériau devrait suffire à faire propager la fissure. En pratique, cette singularité mathématique ne peut pas être physique et il existe un niveau de contrainte seuil au-delà duquel le matériau cesse de pouvoir être considéré comme élastique. La zone où ce niveau de contrainte est atteint est



Figure 1: Vitesse v (normalisée par la vitesse de Rayleigh  $c_R$ ) en fonction de la longueur l (normalisée par la largeur b) pour une fissure se propageant dans une bande fine de gel polyacrylamide. Pour  $l \ll b$ , les ondes acoustiques émises à l'initiation n'ont pas eu le temps de revenir interagir avec la fissure et la dynamique est bien décrite par l'équation 4 (ligne rouge). Quand  $l \gg b$ , les ondes acoustiques émises, puis réfléchies par les bords viennent rétroagir sur la fissure. La dynamique est alors décrite par l'équation 5 (ligne noire) (courbe tirée de [5], expérience décrite dans [18])

appelée *zone de process*. Tous les processus dissipatifs (plasticité, rupture de liaisons chimiques, endommagement,...) y sont concentrés. Dans la MLER, cette zone est considérée comme petite devant les échelles caractéristiques définissant la géométrie du spécimen considéré et le chargement associée (hypothèse du "small scale yielding").

#### 2.3 Théorie de Griffith et énergie de fracture

Il s'agit maintenant de savoir quand notre fissure se déstabilise. Cela est dicté par le critère de Griffith [19], qui stipule que la fissure commence à se propager quand l'énergie élastique G relâchée quand la fissure se propage et augmente l'aire des deux surfaces ainsi créées d'une unité devient supérieure ou égale à l'énergie de fracture  $\Gamma$ , définie comme l'énergie nécessaire à la création de ces deux surfaces. La forme prise par le champ de contrainte au voisinage de la pointe permet de relier G à K:

$$G(v \to 0) = \frac{K^2}{E},\tag{2}$$

où E est le module d'Young et v la vitesse de la fissure (nulle pour l'instant). Le critère de Griffith pour la déstabilisation s'écrit alors:

$$G(v \to 0) \ge \Gamma$$
 ou  $K \ge K_c$  avec  $K_c = \sqrt{E\Gamma}$ , (3)

La quantité  $K_c$  définit la ténacité du matériau et, comme  $\Gamma$ , est une propriété du matériau à déterminer expérimentalement. Ces deux quantités prennent en compte l'ensemble des processus de dissipation à l'intérieur de la zone de process et, dans l'hypothèse du "small scale yielding", ne dépendent ni du chargement, ni de la géométrie. Elles peuvent en revanche être sensible à la vitesse des déformations ressentie dans la zone de process, et donc dépendre de la vitesse instantanée:  $\Gamma(v)$  et  $K_c(v)$ .

#### 2.4 Equation de mouvement et rôle de la géométrie

Une fois la fissure en mouvement, sa vitesse v est donnée par l'équilibre entre énergie élastique relâchée et énergie dissipée en pointe de fissure:  $G(v) = \Gamma(v)$ . Reste à déterminer G(v). La résolution analytique du problème élastodynamique associé est extrêmement difficile. Elle existe pour deux configurations:

• Propagation d'une fissure dans un milieu infini [15] G(v) prend une forme particulièrement simple et s'écrit comme le produit d'une fonction universelle de la vitesse v et d'un terme indépendant de v, fixé uniquement par la géométrie et le chargement. L'équation de mouvement finalement obtenue est:

$$\left(1 - \frac{v}{c_R}\right) \frac{K^2}{E} \simeq \Gamma(v) \tag{4}$$

où  $c_R$  est la vitesse de Rayleigh et K est le facteur d'intensité des contrainte dans la géométrie considéré sans effets dynamiques, avec une fissure immobile. Cette équation est rigoureusement dérivée dans un milieu infini. Elle peut s'appliquer aussi dans des spécimens de taille finie si les ondes émises à l'initiation n'ont pas le temps ou la possibilité de se réfléchir sur les parois et revenir interagir avec la fissure.

• *Propagation d'une fissure dans une bande infiniment longue de largeur b* [28] – l'équation de mouvement obtenue est :

$$W\left(1 - \frac{b\dot{v}}{c_l^2} \frac{1}{(1 - (v^2/c_R^2))^2}\right) \simeq \Gamma(v)$$
(5)

où  $c_l$  est la vitesse des ondes longitudinales et W est la densité d'énergie (par unité de longueur et d'épaisseur) stockée dans la bande loin devant la pointe de fissure. Notons le terme d'accélération  $\dot{v}$  qui traduit une inertie effective dans le problème. Celle-ci trouve son origine dans l'interaction du front avec la somme des ondes acoustiques émises par le passé, après réflexion de celles-ci sur les bords.

#### 2.5 Les succès et limites de la MLER

La MLER fournit un cadre théorique cohérent et performant pour décrire les problèmes de rupture dynamique... pourvu que ses hypothèses d'application soient respectées, et en particulier :

- La fracture implique la propagation d'une fissure unique, se propageant suivant une trajectoire régulière et continue.
- En dehors de la zone de process, la rhéologie du matériau est linéaire élastique, caractérisée par des modules élastiques constants

Or, très souvent, ces hypothèses cessent dŠêtre vérifiées à haute vitesse. Les sections suivantes en détailleront les raisons. Ce n'est que très récemment que des expériences de fracture menées sur des matériaux néo-hookéens modèles (hydrogels mous) [18] ont permis de vérifier quantitativement les prédictions de la MLER sur l'ensemble de la plage des vitesses possibles (figure 1).

#### 3 LES LIMITES DE LA MLER: INSTABILITES DE MICROBRANCHEMENT

La MLER fournit un cadre théorique performant pour décrire la propagation d'une fissure tant que la vitesse v reste suffisamment basse. Les choses se compliquent en revanche singulièrement quand v devient important. En particulier, dans de nombreux matériaux fragiles et au-delà d'une certaine vitesse critique  $v_{branch}$ , le front de fissure se déstabilise pour donner naissance à une succession de fissures secondaires (figure 2), appelées *microbranches* [13, 14]. Ces fissures secondaires sont éphémères; elles s'arrêtent rapidement et restent confinées autour de la fissure principale. En outre, elles ne s'étendent pas sur toute l'épaisseur de l'échantillon, mais sont localisées spatialement (figure 2D). Ces microbranches ont pour conséquences de rendre les faciès de rupture rugueux (on parle de faciès "grenus"). Au-delà de  $v_{branch}$ , les surplus d'énergie mécanique relâchée sont principalement dissipés par une augmentation des longueurs de microbranches (donc une surface de fracture réelle plus étendue) plutôt que par une augmentation de la vitesse de la fissure principale [44] et celle-ci sature à une vitesse significativement plus petite que la vitesse de Rayleigh  $c_R$ .

De nombreuses expériences réalisées dans différents matériaux rapportent une valeur  $v_{branch} \approx 0.4c_R$ . Cette valeur dépend en fait du matériau (e.g.  $0.36c_R$  dans le PMMA et  $0.42c_R$  dans le verre sodocalcique [43]). Des expériences menées dans des gels polyacrylamide [27] ont par ailleurs établi que  $v_{branch}/c_R$ ă: (i) augmente (quasi-linéairement) avec l'accélération  $\dot{v}$  subi par le front de fissure et (ii) diminue lorsque l'épaisseur de l'échantillon augmente. Ces observations peuvent s'interpréter en imaginant un mécanisme d'activation réminiscent des transitions du premier ordre : pour  $v > 0.4c_R$ , il existe une probabilité non nulle que des perturbations aléatoires dépassent un certain seuil critique et active la formation d'une microbranche. Cette activation est alors d'autant plus probable que le temps accordé au processus est grand (i.e. que  $\dot{v}$  est petit) et que le nombre de sites potentiels est grand (i.e. que l'épaisseur de l'échantillon est grande).

La compréhension de cette instabilité de microbranchement à motivé de nombreux travaux numériques et/ou théoriques [29, 22, 1, 45]. Son origine reste pourtant non élucidée.



Figure 2: Instabilité de microbranchement dans le PMMA. A, vitesse de fissuration v en fonction du temps (tirée de [43], voir cette référence pour de plus amples détails sur l'expérience). Pour  $v \leq v_{branch} \simeq 340 \text{ m/s} \simeq 0.36c_R$ , on observe la propagation d'un front unique tandis que pour  $v \geq v_{branch}$ , des microbranches se développent et v(t) se met à osciller. Les inserts montrent une vue sur le coté des deux moitiés de l'échantillon cassé. La flèche indique le sens de propagation de la fissure principale. B, Energie de fracture  $\Gamma$  en fonction de v pour différentes expériences (tirée de [43]). Les courbes se superposent en accord avec les prédictions de la MLER pour  $v \leq v_{branch}$ , et cessent de le faire pour  $v \geq v_{branch}$ . Notons aussi l'augmentation rapide de  $\Gamma$  avec v pour  $v \geq v_{branch}$ . C. Ratio aire réelle des surfaces de fracture sur aire projetée en fonction de v (tiré de [44]). Ce ratio reste égal à 1 en absence de microbranches, et augmente rapidement lorsque les microbranches se développent. Le surplus d'aire créée explique pour partie l'augmentation rapide de  $\Gamma$  avec v pour  $v \geq v_{branch}$ . D. Image topographique (zone d'observation de taille  $1.4 \times 1 \text{ mm}^2$ , hauteur codée par le niveau de gris suivant l'échelle de couleur donnée sous l'image) obtenue par microscopie interférométrique pour  $v > v_{branch}$  (tiré de [10]). Cette image montre la localisation spatiale des microbranches



Figure 3: Effets hyperélastiques sur la fissuration d'un film caoutchouc fortement étiré (adapté de [34]). A: Positions successives du front de fissure (obtenues par superposition d'images stroboscopées). B: Evolution comparative des vitesses des ondes longitudinales, des ondes transverses et de la fissure en fonction de l'élongation  $\lambda_x$ .



Figure 4: Emission acoustique et lignes de Wallner (Tiré de [2]). A: Observation ombroscopique du faciès obtenu en faisant propager une fissure dynamique dans un échantillon de verre (v = 480m/s) avec un pulse acoustique de cisaillement (f = 5 MHz). Le zigzag observé localise les points d'interaction successifs. B: Observation ombroscopique du faciès obtenu lorsque la perturbation est introduite en rayant avec une pointe diamant la surface de l'échantillon perpendiculairement à la propagation du front. Notez la similarité du motif en forme de zigzag

### 4 HYPERELASTICITE, ELASTICITE NONLINEAIRE ET CONSEQUENCES

La MLER considère un matériau linéaire élastique (en dehors de la zone de process). Or, *stricto sensu*, le module élastique E est constant pour des déformations infinitésimales, mais devient dépendant de celles-ci lorsqu'elles augmentent [il augmente dans un polymère ou diminue dans un métal. On s'attend donc à ce que E ne soit plus constant lorsqu'on se rapproche suffisamment de la pointe de fracture.

Ces effets hyperélastiques aux larges déformations peuvent grandement affecter la vitesse de fissuration. Il est ainsi possible [34] de faire propager des fissures intersoniques (vitesse comprise entre la vitesse des ondes transverses et longitudinales) dans un film caoutchouc fortement étiré, en perçant un ballon de baudruche très gonflé par exemple (figure 3).

Il a été récemment démontré [9, 6, 26, 5] que ces effets d'élasticité nonlinéaires aux grandes déformations peuvent affecter le comportement en rupture dynamique même si la zone hyperélastique reste petite devant les échelles typiques de l'échantillon considéré. Dans ce contexte, la MLER a été récemment étendue [6, 5] de manière à incorporer les corrections d'ordre 1 à l'élasticité linéaire. De cette théorie, émerge une nouvelle échelle de longueur  $\ell_{nonlinear}(v)$  caractérisant la zone hyperélastique. Cette échelle de longueur est fonction de v (elle augmente avec v) et distinct de celle associée à la zone de process. Elle fixe par exemple la longueur d'onde des oscillations observées à très hautes vitesses [17].

## 5 EMISSION ACOUSTIQUE ET RETROACTION SUR LA RUPTURE DYNAMIQUE

La déformation locale du front en propagation par des inhomogénéités microstructurales va aussi se traduire par l'émission d'ondes élastiques. Ces ondes se propagent dans le matériau, se réfléchissent sur les parois, puis viennent rétroagir sur le front de fissure. Ce mécanisme donne par exemple lieu à des marques caractéristiques sur les faciès de rupture, dites lignes de Wallner [46] (figure 4), utilisées par exemple pour inférer post-mortem la vitesse des fissures [12].

Ces ondes élastiques issues des inhomogénéités de structure ne sont pas prises en compte dans la MLER classique. Elles ont été examinées théoriquement [36, 4] et numériquement [30, 31] dans le cadre de l'élastodynamique linéaire et il a été montré [36, 31] que la distorsion du front de fissure provoquée par une aspérité en un point et à un instant donné se propageait sous forme d'ondes le long du front. Ces ondes d'un nouveau type, dites ondes de fracture, ont la particularité de se propager le long de lignes 1D; elles ne présentent pas d'atténuation géométrique [contrairement aux ondes longitudinales et transverses qui se propagent dans le volume et s'atténuent très rapidement]. On s'attend donc à ce qu'elles donnent une "mémoire" au front de fissure et couplent la dynamique du front à un instant donné avec tous les événements d'interactions fissure/hétérogénéités précédant cet instant. Ce mécanisme pourrait expliquer les rugosités importantes observées sur les faciès à hautes vitesses [4]. Les ondes longitudinales et transverses traditionnelles émises par le front en propagation peuvent, elles aussi, affecter grandement la vitesse de propagation des fissures en régime dynamique [et ce même si l'énergie mécanique convectée par ces ondes reste très faible au regard de celle relâchée dans la zone de process]. Cela a été démontré dans le PMMA [7, 8]. Ce type de polymère présente en effet la particularité d'avoir un module élastique E dépendant de la fréquence f de sollicitation; en particulier, E augmente fortement (plus d'un facteur deux) lorsque f dépasse  $\sim 150$ kHz. Or, les instabilités de microbranchement décrites section 3 sont sources d'émission acoustique haute fréquence  $(f \ge 150 kHz)$ . Ces ondes se réfléchissent sur les parois de l'échantillon, puis viennent perturber la propagation en ajoutant une petite composante haute fréquence aux contraintes s'appliquant à ouvrir la fissure principale. En réponse, le module d'Young puis la vitesse de Rayleigh effective ressenties en pointe de fissure augmentent par rapport à la valeur quasi-statique et la vitesse de fissuration s'en trouve augmentée.

#### 6 MICROFISSURATION, VITESSE DE PROPAGATION DES MICROFRONTS ET VITESSE AP-PARENTE DE FISSURATION

Notons finalement que, dans certains matériaux pourtant considérés comme nominalement fragiles, la propagation d'une fissure en régime dynamique s'accompagne de microendommagement, i.e. de microfissures prenant naissance en avant de la fissure principale. Ce microendommagement a été observé sur des simulations par dynamique moléculaire de verres d'oxyde ou nanocéramiques en rupture dynamique [39, 40], ou rapporté sur des expériences de rupture dynamique réalisées dans de nombreux polymères fragiles [37, 11].

C'est sans doute dans le PMMA que cette instabilité de microendommagement a été le plus étudiée [24, 38, 10]. Il a été démontré [41] l'existence d'une vitesse critique bien définie,  $v_{microcrack} = 0.19c_R$ , en deçà de laquelle la rupture implique la propagation d'un front de fissure unique, et au-delà de laquelle la propagation de la fissure s'accompagne de microfissures. Cette transition d'un mode nominalement fragile à un mode dit quasi-fragile se traduit par l'apparition de marques coniques sur les faciès de rupture pour  $v > v_{microcrack}$  (Figure 5A) et une discontinuité sur la variation de l'énergie de fracture avec v (Figure 5D).

En analysant le réseau d'empreintes laissées par les microfissures sur les faciès de rupture, il a été possible de déterminer le point d'origine de chacune des microfissures, la chronologie de leur formation, et la vitesse à laquelle elles se sont développées. Il a ainsi été possible [21] de reconstruire post-mortem l'histoire complète de la série d'événements de microfissuration impliquée dans la rupture rapide du PMMA. Ces reconstructions démontrent que la vitesse de fissuration effective mesurée à l'échelle macroscopique est bien plus élevée (jusqu'à deux fois supérieure) que la vitesse vraie, locale, de propagation d'un front unique (Figure 5c). Cette vitesse apparente anormalement élevée résulte d'un effet collectif induit par la coalescence des microfissures les unes avec les autres. Il est vraisemblable de penser que ce mécanisme d'amplification de la vitesse macroscopique par la présence de microfissuration mis en évidence sur le PMMA est assez générique. Dans ce contexte, un mécanisme similaire a été rapporté récemment sur des simulations de rupture ductile [33].



Figure 5: Microfissuration en rupture dynamique dans le PMMA (adapté de [10]). A: série d'images prises à l'aide d'un microscope optique  $(1 \times 1.4 \text{ mm}^2)$  montrant l'évolution de la morphologie des surfaces de fracture en fonction de la vitesse. Au-delà de  $v_{microcrack} = 165 \text{ m/s} = 0.19c_R$ , des marques coniques apparaissent. Elles signent l'existence de microfissures. B: densité de marques/microfissures en fonction de la vitesse. C: Facteur d'accélération  $A = v/c_m$  en fonction de la densité de microfissures : v est la vitesse de fissuration macroscopique émergeant de la coalescence des microfissures et  $c_m$  est la vitesse de propagation d'un front de (micro)fissure unique. D: Energie de fracture en fonction de v: la courbe en bleu donne la variation pour un front de fissure unique tandis que la courbe en rouge donne la variation effective obtenue après prise en compte de l'effet d'accélération du aux événements de microfissuration.

## 7 RESUME ET PERSPECTIVE

Dans cette contribution, nous avons commencé par brièvement présenter la mécanique linéaire élastique de la rupture (MLER). La MLER décrit parfaitement la propagation rectiligne (disons suffisamment régulière) d'une fissure dans un matériau linéaire élastique fragile. Malheureusement, l'activation de certains processus à vitesse de fissuration importante invalide ces conditions d'application et, de fait, rend caduque la MLER.

Ces différents processus ont été brièvement présentés et discutés. Il s'agit :

- des instabilités de microbranchement qui se développent lorsque la vitesse de fissuration dépasse une certaine valeur seuil *v*<sub>branch</sub>, dépendante du matériau et de l'accélération de la fissure;
- des effets hyperélastiques occasionnés par les déformations importantes en pointe de fissureă;
- des ondes élastiques émises par le front en propagation qui, après avoir été réfléchies sur les parois, viennent rétroagir avec ce frontă;
- des instabilités de microendommagement qui se développent lorsque la vitesse de fissuration dépasse une autre valeur seuil  $v_{microcrack}$  ( $v_{microcrack} \leq v_{branch}$ ).

Ces différents mécanismes ont, pour l'instant, été caractérisés indépendamment. Or, ils sont corrélés les uns aux autres :

- la vitesse critique  $v_{branch}$  se trouve être identique à celle au-delà de laquelle la propagation de la fissure s'accompagne d'émission acoustique haute fréquence [20, 7];
- Dans le PMMA, la vitesse critique *v*<sub>branch</sub> correspond au moment où la densité de microfissures est tel que celles-ci ne nucléent plus les unes après l'autres, mais par avalanches [10].

Un enjeu important est d'identifier les liens entre ces différents mécanismes.

Notons finalement que le désordre de microstructure semble être un élément important pour ces différents mécanismes : les microfissures discutées section 5 prennent naissance sur des défauts aléatoirement distribués dans le PMMA et la dépendance de  $v_{branch}$  avec l'accélération subie par la fissure traduit un mécanisme d'activation sous perturbation aléatoire (section 3). Or, la MLER ne prend pas en compte la présence dŠinhomogénéités de structure. Certains travaux théoriques [16, 42, 35, 3] suggèrent quŠil est possible de décrire la propagation d'une fissure en prenant explicitement en compte les inhomogénéités de structure. Ces travaux restent pour lŠinstant restreints aux fissures lentes, analysées dans le cadre de lŠélastostatique. Etendre ces derniers à la rupture dynamique dans le cadre élastodynamique pourrait permettre de mieux comprendre l'origine de ces mécanismes.

#### References

- [1] M. Adda-Bedia. Brittle fracture dynamics with arbitrary paths iii. the branching instability under general loading. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53(1):227–248, Jan 2005.
- [2] D. Bonamy and K. Ravi-Chandar. Dynamic crack response to a localized shear pulse perturbation in brittle amorphous materials: on crack surface roughening. *International Journal of Fracture*, 134:1–22, 2005.
- [3] D. Bonamy, S. Santucci, and L. Ponson. Crackling dynamics in material failure as the signature of a self-organized dynamic phase transition. *Phys. Rev. Lett.*, 101(4):045501, Jul 2008.
- [4] E. Bouchaud, J. P. Bouchaud, D. S. Fisher, S. Ramanathan, and J. R. Rice. Can crack front waves explain the roughness of cracks? *Journal of the Physics and Mechanics of Solids*, 50:1703–1725, 2002.
- [5] E. Bouchbinder, T. Goldman, and J. Fineberg. The dynamics of rapid fracture: instabilities, nonlinearities and length scales. *Reports on Progress in Physics*, 77(4):046501, Mar 2014.
- [6] E. Bouchbinder, A. Livne, and J. Fineberg. Weakly nonlinear theory of dynamic fracture. *Physical Review Letters*, 101:264302, 2008.
- [7] J. F. Boudet and S. Ciliberto. Interaction of sound with fast crack propagation. *Physical Review Letters*, 80:341–344, 1998.

- [8] J. F. Boudet and S. Ciliberto. Interaction of sound with fast crack propagation: An equation of motion for the crack tip. *Physica D*, 142:317–345, 2000.
- [9] M. J. Buehler, F. F. Abraham, and H. J. Gao. Hyperelasticity governs dynamic fracture at a critical length scale. *Nature*, 426:141–146, 2003.
- [10] D. Dalmas, C. Guerra, J. Scheibert, and D. Bonamy. Damage mechanisms in the dynamic fracture of nominally brittle polymers. *International Journal of Fracture*, 184(1-2):93–111, Nov 2013.
- [11] P.H. Du, B. Xue, Y.H. Song, M. Zuo, S.J. Lu, Q. Zheng, and J. Yu. Experimental observation and computer simulation of conic markings on fracture surfaces of polymers. *Journal of Materials Science*, 45:3088, 2010.
- [12] J. E. Field. Brittle fracture is an study and application. *Contemporary Physics*, 12:1–31, 1971.
- [13] J. Fineberg, S. P. Gross, M. Marder, and H. L. Swinney. Instability in dynamic fracture. *Physical Review Letters*, 67:457–460, 1991.
- [14] J. Fineberg and M. Marder. Instability in dynamic fracture. *Physics Report*, 313:1–108, 1999.
- [15] L. B. Freund. Dynamic Fracture Mechanics. Cambridge University Press, 1990.
- [16] H. Gao and J. R. Rice. A first order perturbation analysis on crack trapping by arrays of obstacles. *Journal of Applied Mechanics*, 56:828, 1989.
- [17] T. Goldman, R. Harpaz, E. Bouchbinder, and J. Fineberg. Intrinsic nonlinear scale governs oscillations in rapid fracture. *Physical Review Letters*, 108(10):104303, Mar 2012.
- [18] T. Goldman, A. Livne, and J. Fineberg. Acquisition of inertia by a moving crack. *Physical Review Letters*, 104:114301, 2010.
- [19] A. A. Griffith. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transaction of the Royal Society of London*, A221:163, 1920.
- [20] S. Gross, J. Fineberg, M. Marder, W. D. McCormick, and H. L. Swinney. Acoustic emission from rapidly moving crack. *Physical Review Letters*, 71:3162–3165, 1993.
- [21] C. Guerra, J. Scheibert, D. Bonamy, and D. Dalmas. Understanding fast macroscale fracture from microcrack post mortem patterns. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 109:390–394, january 2012.
- [22] H. Henry and H. Levine. Dynamic instabilities of fracture under biaxial strain using a phase field model. *Physical Review Letters*, 93:105504, 2004.
- [23] G. R. Irwin. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 24:361, 1957.
- [24] J. A. Kies and A. M. Sullivan abd G. R. Irwin. Interpretation of fracture markings. *Journal of Applied Physics*, 21:716–720, 1950.
- [25] B. Lawn. fracture of brittle solids. Cambridge solide state science, 1993.
- [26] A. Livne, E. Bouchbinder, I. Svetlizky I, and J. Fineberg. The near-tip fields of fast cracks. *Science*, 327:1359–1363, 2010.
- [27] A. Livne, G. Cohen, and J. Fineberg. Universality and hysteretic dynamics in rapid fracture. *Physical Review Letters*, 94(22):224301, Jun 2005.
- [28] M. Marder. New dynamical equation for cracks. *Physical Review Letters*, 66(19):2484–2487, May 1991.
- [29] O. Miller, L. B. Freund, and A. Needleman. Energy dissipation in dynamic fracture of brittle materials. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 7(4):573–586, Jul 1999.

- [30] J. W. Morrissey and J. R. Rice. Crack front waves. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 46:467–487, 1998.
- [31] J. W. Morrissey and J. R. Rice. Perturbative simulations of crack front waves. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48:1229–1251, 2000.
- [32] E. Orowan. Energy criteria of fracture. *The Welding Journal Research Supplement*, 34:157–160, 1955.
- [33] S. Osovski, A. Srivastava, L. Ponson, E. Bouchaud, V. Tvergaard, K. Ravi-Chandar, and A. Needleman. The effect of loading rate on ductile fracture toughness and fracture surface roughness. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 76:20–46, Mar 2015.
- [34] P. Petersan, R. Deegan, M. Marder, and H. Swinney. Cracks in rubber under tension exceed the shear wave speed. *Physical Review Letters*, 93(1):015504, Jun 2004.
- [35] S. Ramanathan, D. Ertas, and D. S. Fisher. Quasistatic crack propagation in heterogeneous media. *Physical Review Letters*, 79:873, 1997.
- [36] S. Ramanathan and D. S. Fisher. Dynamics and instabilities of planar tensile cracks in heterogeneous media. *Physical Review Letters*, 79:877, 1997.
- [37] K. Ravi-Chandar. Dynamic fracture of nominally brittle materials. *International Journal of Fracture*, 90:83–102, 1998. 10.1023/A:1007432017290.
- [38] K. Ravi-Chandar and B. Yang. On the role of microcracks in the dynamic fracture of brittle materials. *Journal of Physics and Mechanics of Solids*, 45:535–563, 1997.
- [39] C. L. Rountree, D. Bonamy, D. Dalmas, S. Prades, R. K. Kalia, C. Guillot, and E. Bouchaud. Fracture in glass via molecular dynamics simulations and atomic force microscopy experiments. *Physics and Chemistry of Glass - European journal of Glass Science and Technonology Part B*, 51:127, 2010.
- [40] C. L. Rountree, R. K. Kalia, E. Lidorikis, A. Nakano, L. Van Brutzel, and P. Vashishta. Atomistic aspects of crack propagation in brittle materials: Multimillion atom molecular dynamics simulations. *Annual Review of Materials Research*, 32:377–400, 2002.
- [41] J. Scheibert, C. Guerra, F. Célarié, D. Dalmas, and D. Bonamy. Brittle-quasibrittle transition in dynamic fracture: An energetic signature. *Physical Review Letters*, 104(4):045501, JAN 29 2010.
- [42] J. Schmittbuhl, S. Roux, J. P. Vilotte, and K. J. Måløy. Interfacial crack pinning: effect of nonlocal interactions. *Physical Review Letters*, 74:1787–1790, 1995.
- [43] E. Sharon and J. Fineberg. Confirming the continuum theory of dynamic brittle fracture for fast cracks. *Nature*, 397(6717):333–335, JAN 28 1999.
- [44] E. Sharon, S. Gross, and J. Fineberg. Energy dissipation in dynamic fracture. *Physical Review Letters*, 76(12):2117–2120, Mar 1996.
- [45] R. Spatschek, M. Hartmann, Efim E. Brener, H. Muller-Krumbhaar, and K. Kassner. Phase field modeling of fast crack propagation. *Physical Review Letters*, 96(1):015502, Jan 2006.
- [46] H. Wallner. Linenstrukturen an bruchflachen. Z. Phys., 114:368–378, 1939.