## Approches X-FEM 3D multi-échelles en fatigue tribologique Applications au fretting et au roulement

### A. Gravouil, M.C. Baietto, B. Trollé, E. Pierres, R. Ribeaucourt

LaMCoS, INSA de LYON, Université de LYON, CNRS UMR 5259 anthony.gravouil@insa-lyon.fr

## Résumé

L'interaction de deux corps en contact soumis à des sollicitations mécaniques répétées (déplacements relatifs cycliques de faible amplitude, ou de roulement) peut conduire à des phénomènes de fissuration sous sollicitations multiaxiales non-proportionnelles. Ainsi, les sollicitations tribologiques à l'interface des composants de structures mettent en jeu des amplitudes de contraintes très élevées dans des volumes de matière très localisés. Les méthodes expérimentales et les modèles associés sont souvent pris en défaut par le caractère multi-échelle à la fois en espace et en temps de la fatigue tribologique. Ici, nous proposons la mise en œuvre d'une approche 3D multi-échelles basée sur la méthode X-FEM avec prise en compte du contact / frottement interfacial entre les lèvres des fissures de fatigue. Le modèle sera développé de façon complémentaire à des techniques expérimentales dédiées à la fatigue tribologique pour l'identification tridimensionnelle des critères d'amorçage et de propagation des fissures correspondantes. Enfin, la méthode sera illustrée par des exemples de fissuration de fatigue tribologique avec sollicitations de fretting ou fatigue de roulement.

Mots clés : fatigue tribologique, fretting, fatigue de roulement, X-FEM, contact

# 1. Introduction

Le travail présenté ici est focalisé sur la prédiction de l'amorçage et du comportement des fissures en fatigue tribologique. Ces fissures tridimensionnelles sont sollicitées en mode mixte selon des cycles complexes et leur propagation en fatigue est conditionnée par les phénomènes non-linéaires tels que la plasticité localisée en front de fissure et le contact avec frottement entre les lèvres. Ainsi, par exemple, la maîtrise des mécanismes de fissuration sous chargement de fretting fatigue requiert une analyse pluridisciplinaire des différents phénomènes physiques couplés afin de prendre en compte les effets globaux et locaux, les sollicitations multiaxiales non proportionnelles, les lois de comportement et les conditions de contact avec frottement interfacial.

Ainsi, un modèle tridimensionnel éléments finis étendus multi-échelle dédié au contact avec frottement entre les faces de la fissure est proposé. Une formulation faible mixte à trois champs permet une définition intrinsèque de la fissure avec sa propre discrétisation indépendante du maillage de la structure. Un solveur stabilisé adapté de la méthode LATIN est implémenté. Les propriétés de stabilité et les performances du modèle sont illustrées dans plusieurs exemples bidimensionnels et tridimensionnels.

En pratique, les sollicitations tribologiques au cours du cycle sont déterminées par la résolution du contact deux-corps. La prédiction du risque d'amorçage des fissures est conduite. Ces résultats sont utilisés comme données d'entrée pour la modélisation X-FEM des essais de fretting bidimensionnels et tridimensionnels. La simulation de la propagation des fissures est réalisée à l'aide de critères de fatigue multiaxiale non proportionnels et d'une loi de propagation de fissures de fatigue en mode mixte.

# 2. Exemples de modèles de fissuration en fatigue tribologique

# 2.1 Problèmes de rupture sous chargement de fretting fatigue et fatigue de roulement

Le fretting est attribué à l'interaction de deux surfaces en contact soumises à des déplacements relatifs cycliques de faible amplitude par rapport à la taille de la zone de contact. Il apparait à l'interface entre les pièces des assemblages mécaniques tels que les fixations par rivet ou boulonnage, les assemblages disqueaubes des turboréacteurs, les mécanismes de transmission de puissance, les câbles, ou les montages de roulements à billes. Il est induit par vibrations ou par l'application d'un chargement de fatigue sur l'un des composants en contact de la structure. Il peut conduire au grippage, à la fissuration induite par fatigue de contact (figure 2.1a et b) ou l'usure des surfaces (figure 2.1c et d)



Figure 2.1. Exemples d'endommagement par fretting : (a) Assemblage aube-disque fissuré; (b) bague de roulement fissurée à la limite d'une région de fretting ; (c) trace de fretting sur une dent d'un pignon d'engrenage; (d) cannelures d'un rotor d'hélicoptère détruites en fretting.

En fretting, trois conditions de contact sont rencontrées en fonction de l'effort de contact normal P et du déplacement relatif delta entre les deux surfaces (grippage, glissement partiel, glissement total) (voir figure 2.2).



Figure 2.2. Problème de contact sphère/plan : Aire de contact et contraintes tangen- tielles à l'interface : (a)  $Q \ll \mu$ .P ; (b) Q  $\ll \mu$ .P ; (c) Q =  $\mu$ .P



Figure 2.3. Résultats expérimentaux d'un essai de fretting cylindre/plan:(a) Trace de fretting ; (b) Coupe transversale de l'éprouvette fissurée.

En général, le régime de glissement partiel (amplitudes de glissement faibles et chargement normal important) provoque l'apparition de fissures qui peuvent se propager sous l'effet du chargement local et éventuellement sous l'effet d'une contrainte d'ensemble supplémentaire (voir figure 2.3). L'analyse de l'amorçage des fissures de fretting est basée sur les cartes de réponse au fretting du matériau construites expérimentalement et les critères d'amorçage (critère de Mc Diarmid en cisaillement maximal, critère de Dang Van condition d'amorçage à grand nombre de cycle, critère de Liu en amplitude de contrainte normale maximale, critère Smith-Watson-Topper en fatigue par maximisation du produit de l'amplitude de déformation normale par la contrainte normale maximale au cours d'un cycle). En pratique, L'amorçage des fissures fretting peut se produire pour un faible nombre de cycles. La majeure partie de la vie des pièces industrielles est donc dépendante de la propagation de ces fissures. Dans ce contexte, et afin de prédire la durée de vie en fissuration par fatigue des pièces en contact, nous présentons brièvement un modèle de fissuration avec prise en compte du contact interfacial basé sur la méthode X-FEM.

#### 2.2 Modèle de fissuration X-FEM à deux échelles avec contact

Afin de prendre en compte le contact et le frottement entre les lèvres des fissures, nous considérons une formulation faible à trois champ (u,w, lambda) où la structure et la fissure sont des entités propres avec leurs variables primales (déplacements) et primales (contraintes) intrinsèques (voir figure 2.4).



Figure 2.4. Séparation du problème global à l'échelle de la structure et du problème local de contact avec frottement à l'échelle de la fissure.

Après discrétisation par la méthode des éléments finis étendus, cette formulation à trois champs entraîne une formulation X-FEM globale-locale couplée à la méthode de résolution non-linéaire LATIN qui permet de résolute à la fois le problème mécanique global associé à la structure et le problème mécanique local non-linéaire associé à la fissure avec contact et frottement.

$$\boldsymbol{U} = \sum_{i \in N} N_i(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{U}_i + \sum_{i \in N_{cut}} N_i(\boldsymbol{x}) H(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{a}_i + \sum_{i \in N_{branch}} \sum_{\alpha} N_i(\boldsymbol{x}) F_{\alpha}(\boldsymbol{x}) \boldsymbol{b}_{i,\alpha}$$
(1)

avec :

$$\left[F_{\alpha}\right] = \left[\sqrt{r}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin(\theta), \sqrt{r}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin(\theta)\right]$$
(2)

Les équations locales du comportement de l'interface sont les suivantes :

$$\begin{cases} -\text{ ouverture } [\boldsymbol{w}_N] > 0 & \rightarrow \boldsymbol{t}^+ = \boldsymbol{t}^- = \boldsymbol{0} \\ -\text{ contact } [\boldsymbol{w}_N] = 0 & \rightarrow \boldsymbol{t}^+ = -\boldsymbol{t}^- \\ -\text{ adhérence } |\boldsymbol{t}_T| < \mu. |\boldsymbol{t}_N| & \rightarrow \Delta[\boldsymbol{w}_T] = 0 \\ -\text{ glissement } |\boldsymbol{t}_T| = \mu. |\boldsymbol{t}_N| & \rightarrow \exists \gamma > 0 \ /\Delta[\boldsymbol{w}_T] = -\gamma \boldsymbol{t}_T^+ \end{cases}$$
(3)

où ( $w_N$ ,  $t_N$ ) et ( $w_T$ ,  $t_T$ ) sont les champs d'interface normal et tangentiel respectivement;  $\mu$  est le coefficient de frottement entre les lèvres de la fissure; et [X] =  $X^+ - X^-$ . La discrétisation X-FEM et la stabilisation de la formulation mixte à trois champs conduisent au système linéarisé suivant (à chaque itération LATIN):

$$\begin{bmatrix} K & 0 & -K_{ut} \\ 0 & K_{ww} & K_{wt} \\ -K_{ut}^T & K_{wt}^T & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_{j+1} \\ W_{j+1} \\ T_{j+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{F} \\ K_{ww} \cdot W_{j+1/2} + K_{wt} \cdot T_{j+1/2} \\ K_{tt} \cdot T_{j+1/2} \end{pmatrix}$$
(4)

Récemment, des formules générales ont été proposées pour estimer automatiquement les paramètres associées à la direction de recherche et le terme de stabilisation du contact afin d'optimiser le taux de convergence et réduire notablement le temps de calcul. Ces techniques ont été également couplées à des approches de réduction de modèles permettant de capturer très rapidement l'échelle globale du problème et accélérer encore les calculs. La méthode X-FEM multi-échelles a été couplée avec une représentation des fissures par fonctions de niveaux et implémentée au sein du code de calcul Cast3m du CEA (élément fini enrichi XC8R). Par exemple, la figure 2.5 illustre un massif 3D contenant une fissure plane à front courbe et pincée partiellement. Le maillage correspondant est enrichi par la méthode X-FEM. Comme on peut le voir sur la figure 2.5, le maillage de la fissure est totalement indépendant du maillage volumique de la structure et contient ses propres variables primales et duales dédiées au contact et au frottement.



Figure 2.5. géométrie, maillage X-FEM de la structure et maillage de la fissure

La figure 2.6 représente la structure déformée, ainsi que le champ d'effort normal le long des lèvres de la fissure. Ainsi, même avec un maillage grossier non-compatible avec la fissure, on obtient une solution de contact très précise le long des lèvres de la fissure.



Figure 2.6. structure déformée et effort normal le long des lèvres de la fissure.

Dans la suite, ce modèle sera appliqué à la simulation de la propagation des fissures en fatigue tribologique (fretting et fatigue de roulement).

#### 2.3 Application du modèle X-FEM global-local au fretting

La simulation numérique d'un problème de fretting fatigue requiert la connaissance précise de ces sollicitations au cours du temps. En effet, ce sont les données d'entrée pour la prédiction du risque d'amorçage et pour la modélisation du problème de fissuration. La complexité et la finesse de chaque problème (le problème de la structure, le problème de contact deux corps et le problème de contact avec frottement entre les faces des fissures) requiert une approche multi-échelle globale/locale. La démarche adoptée ici consiste à utiliser les avantages de différents modèles, chacun étant adapté aux différentes difficultés. Pour cela, on propose l'organigramme suivant de la stratégie de prédiction de vie en fatigue des composants de structure soumis à un chargement de fretting :

- Les données des essais (boucles de fretting) sont analysées afin de déterminer les paramètres de chargement expérimentaux. Cette première étape permet de déterminer le mode d'endommagement à partir du régime de glissement observé.
- Le problème contact normal et tangentiel quasi-statique à l'interface des deux solides est résolu afin de quantifier l'aire de contact, les zones d'adhérence et de glissement et de calculer les distributions des pressions normales et des contraintes de cisaillement surfaciques.
- 3) Le risque d'amorçage des fissures est ensuite calculé à l'aide du critère de fatigue multiaxial de Dang Van. Ce critère de plan critique est basé sur le champ des contraintes dans la zone sous le contact calculé à partir du résultat de l'étape 2. Il permet également de déterminer les sites et les directions d'amorçage des fissures de fretting. La géométrie des fissures peut éventuellement être extraite à partir d'observations expérimentales.
- A partir des données de chargement en surface (étape 2) et de la géométrie initiale des fissures (étape 3), le problème de fatigue sous chargement de fretting fatigue est modélisé à l'aide du modèle X-FEM avec contact et frottement interfacial proposé dans ce mémoire.
- 5) Les facteurs d'intensité des contraintes sont calculés en pointe de fissure au cours du cycle de chargement à partir de la solution du problème de rupture.
- 6) La propagation des fissures de fretting est simulée à l'aide des critères de propagation en fatigue multiaxiale dédiés aux chargements non proportionnels adaptés au problème de fretting.



Figure 2.7. Organigramme du dimensionnement des structures au fretting

In fine, des critères de propagation des fissures de fatigue sous chargement de fretting sont identifiés et corrélés à des essais tridimensionnels. Ils sont basés sur le facteur d'intensité des contraintes équivalent suivant, ainsi que le critère de Amestoy dédié aux chargement multiaxiaux non-proportionnels :

$$\Delta K = \left(\Delta K_I^m + C_1 \Delta K_{II}^n + C_2 \Delta K_{III}^p\right)^q \tag{5}$$

$$\begin{pmatrix} k_1^0(s,\theta) \\ k_2^0(s,\theta) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}(\theta) & \mathbf{K}_{12}(\theta) \\ \mathbf{K}_{21}(\theta) & \mathbf{K}_{22}(\theta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{K}_I \\ \mathbf{K}_{II} \end{pmatrix}$$

où on prédit l'angle de bifurcation de la fissure à partir des facteurs d'intensité des contraintes exprimés à la pointe d'une extension infinitésimale du front de la fissure (voir figure 2.8) :



Figure 2.8. critère de Amestoy de bifurcation des fissures

#### 2.4 Application du modèle global-local X-FEM à la fatigue de roulement

Du aux passages répétés des roues, le rail est soumis à des chargements cycliques dépendants du temps, multiaxiaux, non-proportionnels. Sous ces conditions de chargement, des fissures de fatigue peuvent apparaître à la surface ou en sous-surface des rails (voir figure 2.9a et b). Nous proposons ici d'analyser la croissance des fissures de fatigue sous chargement multiaxial dans les rails à l'aide du modèle X-FEM global-local avec contact interfacial présenté précédemment.



Figure 2.9. Fissures au sein des rails par fatigue de roulement

En effet, l'état de contact interfacial au sein des fissures dans les rails est extrêmement complexe et la propagation macroscopique des fissures correspondantes est gouvernée par ces effets locaux qui dépendent d'une échelle de temps inférieure à un cycle de passage de roue (voir figure 2.10).



Figure 2.10. Stratégie multi-échelle de modélisation des fissures en fatigue de roulement

Pour cette application ferroviaire, l'échelle du contact entre la roue et le rail et celle de la fissure sont relativement séparées une fois que les fissures sont longues par rapport aux dimensions du contact roue-rail. Cette remarque justifie le découplage de ces deux échelles dans ces travaux. On suppose ces deux échelles séparables et les hypothèses ne sont pas remontées. Dans ce contexte, l'organigramme suivant est proposé (voir figure 2.11) et permet de coupler les solutions logicielles dédiées à chaque échelle d'espace et de temps :

(6)



Figure 2.11 Introduction du chargement mobile de contact dans la stratégie XFEM/LATIN à deux échelles.

In fine, les conditions aux limites appliquées au modèle de fissuration 3D X-FEM global-local sont obtenues à partir d'un logiciel multi-corps dédié aux applications ferroviaires (voir figure 2.12).



Figure 2.12. Modélisation simplifiée des conditions aux limites au voisinage de la zone fissurée



Figure 2.13. Interaction des fissures en fatigue de roulement (prédiction du modèle X-FEM)



Figure 2.14. Interaction des fissures en fatigue de roulement (observation expérimentale)

Ce modèle de fissuration, basé sur des critères de fatigue similaires au paragraphe 2.3 peut prendre en compte les contraintes résiduelles, ainsi que l'interaction de plusieurs fissures. Par exemple, les figures 2.13 et 2.14 illustrent clairement l'importance d'introduire dans le modèle des fissures qui peuvent apparaître comme éloignées dans un premier temps. En effet, les prédictions du modèle X-FEM sont en très bon accord avec les observations expérimentales correspondantes : la propagation en sous-surface parallèle à la surface de roulement est due à une interaction des deux fissures lors de leur propagation en fatigue. Ce modèle a également permis de prédire la propagation de fissures tridimensionnelles en fatigue de roulement de type SQUAT et HEADCHECK (voir figure 2.15).



Figure 2.15. croissance de fissures en ligne droite ou incurvée

## **3.** Conclusion

Nous avons proposé une stratégie générale de modélisation des fissures en fatigue tribologique à travers deux exemples : le fretting et la fatigue de roulement. Un modèle X-FEM multi-échelles global-local a été introduit avec prise en compte du contact-frottement interfacial. Ce modèle a permis d'illustrer l'importance d'une modélisation très fine du contact interfacial sur la prédiction de la propagation des fissures de fatigue en présence de chargement multiaxial, non-proportionnel. A partir du critère de Dang Van, l'amorçage des fissures est prédit et ensuite couplé au modèle X-FEM de propagation des fissures en fatigue en mode mixte. La prise en compte des contraintes résiduelles est possible, ainsi que l'interaction de plusieurs fissures en sous-surface. Enfin, des travaux sont en cours afin de prendre en compte l'influence de la microstructure du matériau sur l'amorçage et la propagation des fissures tribologiques.

#### Remerciements

La société SKF, la SNCF, le CEA sont remerciés pour leur soutien précieux dans le développement des modèles de fissuration en fatigue tridimensionnels.

#### Références

[1] E. Pierrès, M.-C. Baietto, A. Gravouil, G. Morales-Espejel, 3d two scale x-fem crack model with interfacial frictional contact: Application to fretting fatigue, Tribology International 43 (2010) 1831–1841.

[2] A. Gravouil, E. Pierrès, M.-C. Baietto, Stabilized global-local x-fem for 3d non-planar frictional crack using relevant meshes, International Journal for Numerical Methods in Engineering 88 (2011) 1449–1475.

[3] B. Trollé, M.-C. Baietto, A. Gravouil, S.H. Mai, B. Prabel, 2D fatigue crack propagation in rails taking into account actual plastic stresses, Engineering Fracture Mechanics 123(2014) 163-181.

[4] B. Trollé, A. Gravouil, M.-C. Baietto, T. Nguyen-Tajan, Optimization of a stabilized x-fem formulation for frictional cracks, Finite Elements in Analysis and Design 59 (2012) 18–27.