

IMPLÉMENTATION NON INTRUSIVE DE LA FORMULATION NONLOCALE EIKONALE 1D

Florian Marconi ^a, Emmanuel Baranger ^a, Rodrigue Desmorat ^a

^a LMT, ENS Cachan, CNRS, Université Paris Saclay, [marconi ; baranger ; desmorat]@lmt.ens-cachan.fr

Mots-clés : localisation, régularisation, non-intrusif, pilotage en dissipation

Résumé

En raison du caractère mal posé des problèmes utilisant des modèles d'endommagement locaux avec adoucissement, on observe des problèmes de localisation et de dépendance vis à vis du maillage. Pour palier ces inconvénients, des méthodes de régularisation dites nonlocales ont été proposées dans la littérature, mais elles ne permettent pas de rendre une zone fortement endommagée équivalente à une fissure. Cet article traite de l'implémentation non intrusive dans le logiciel de calcul Abaqus d'une nouvelle méthode de régularisation proposée en 2007 dans [7] dans l'objectif de palier ce défaut.

1 Introduction et bibliographie

En raison du caractère mal posé des problèmes utilisant des modèles d'endommagement locaux avec adoucissement, la taille de la zone de localisation dans laquelle l'endommagement apparaît n'est pas fixe. On observe de fait, lors de l'implémentation numérique de tels modèles dans des codes éléments finis classiques, une localisation dans un seul élément. Cela se traduit par une forte dépendance vis à vis du maillage, et une convergence des calculs vers une solution à énergie de fissuration nulle lorsque la taille de maille tend vers zéro.

Pour palier ces inconvénients, des méthodes de régularisation dites nonlocales ont été proposées dans la littérature, permettant notamment de converger vers des solutions physiquement acceptables. Le phénomène de localisation ainsi que les méthodes de régularisation classiques seront étudiées ici.

1.1 Localisation et problèmes associés

Dans le cas d'une barre soumise à un chargement de traction (Figure 1) on observe dans un premier temps une phase de charge élastique, puis de l'endommagement va apparaître dans une partie de la barre entraînant une chute de contrainte. A partir de ce moment la partie endommagée de la barre va continuer à se charger et à s'endommager tandis que le reste de la barre va se décharger, créant ainsi une localisation de la déformation et de l'endommagement.

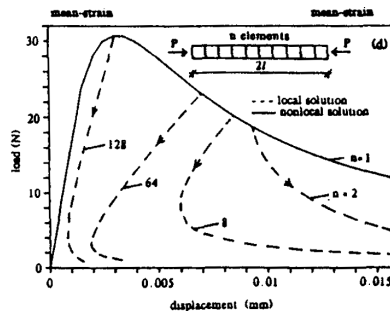


FIGURE 1 – Bifurcation en présence de localisation [1]

Ce phénomène, bien que physique, a néanmoins un important défaut intrinsèque : la taille de la zone de localisation n'est pas fixée, ce qui revient à dire que l'énergie nécessaire pour casser la barre considérée n'est pas fixée. Dans le cadre numérique l'endommagement aura ainsi tendance à se localiser dans un

unique élément, et la solution dépendra donc fortement de la taille de maille.

Cette dépendance vis à vis de la discrétisation spatiale se visualise assez bien Figure 1, où la taille de maille influe directement sur la courbe d'équilibre, et donc sur l'occurrence ou non d'un phénomène instable de retour arrière similaire à celui présenté Figure 2.

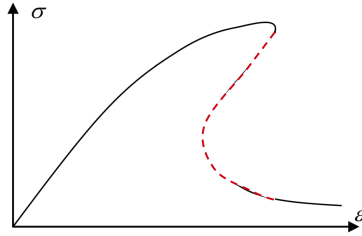


FIGURE 2 – Phénomène de Snap-Back

Le retour arrière évoqué ci-dessus est un effet de structure pouvant apparaître en présence de localisation lorsque la taille de la zone endommagée est petite devant celle de la poutre. Dans ce cas, au moment de la localisation, le phénomène de décharge est prédominant et la courbe d'équilibre présente un Snap-Back.

Expérimentalement, lors d'un chargement à déplacement imposé la partie en pointillés rouges de la courbe ne sera pas accessible, et on observera directement un saut de contraintes pour atteindre la partie basse de la courbe. Numériquement on observera un phénomène similaire, mais seulement si le calcul converge ce qui est loin d'être évident au vu de la discontinuité considérée. Il est néanmoins important d'être capable de prendre en compte ce retour arrière, faute de quoi l'énergie dissipée ne pourra être estimée.

1.2 Limiteurs de localisation

Comme dit précédemment des méthodes de régularisation nonlocales appelées limiteurs de localisation ont été développées de façon à palier les problèmes inhérents aux formulations locales évoquées ci-dessus.

L'idée initiale de ce type d'approche, proposée dans [1], était de fixer une énergie dissipée non nulle et indépendante de la taille de maille. Pour cela les auteurs ont eu l'idée de remplacer la variable gouvernant l'adoucissement par son équivalent nonlocal, obtenu via une moyenne spatiale pondérée sur une zone de largeur finie, introduisant ainsi une longueur caractéristique. Cela devrait permettre d'étaler l'endommagement sur une zone de largeur fixée et ainsi imposer l'énergie dissipée.

Cette approche semble particulièrement adaptée au formalisme classique de la mécanique de l'endommagement puisque tout l'adoucissement est gouverné par une unique variable : l'endommagement. Il convient donc d'introduire un traitement nonlocal qui sera appliqué à l'endommagement ou à une variable gouvernant son évolution tandis que toutes les autres variables resteront locales.

Pour une variable donnée \mathcal{V} , la moyenne spatiale donnant la variable nonlocale devra s'effectuer sur un volume donné et en s'assurant que la valeur de la variable nonlocale en un point donné dépende de la valeur de la variable locale en ce point et aux points voisins.

On utilise pour cela des fonctions de poids α symétriques, ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{V}^{nl}(\mathbf{x}) = \frac{1}{V_0} \int_{\Omega} \mathcal{V}(\xi) \alpha\left(\frac{\|\mathbf{x} - \xi\|}{l_c}\right) dv \\ V_0 = \int_{\Omega} \alpha\left(\frac{\|\mathbf{x} - \xi\|}{l_c}\right) dv \end{array} \right. \quad (1)$$

Il est important de noter qu'ici l_c n'est pas un paramètre numérique mais une longueur caractéristique du matériau, et qu'elle doit donc être déterminée expérimentalement de façon à imposer la bonne énergie de fissuration et la bonne répartition de l'endommagement.

Il a été vérifié par comparaison avec divers cas uniaxiaux que cette approche permet d'éviter toute dépendance fallacieuse vis à vis de la taille de maille. Elle permet en particulier de fixer la zone endommagée et de converger vers une solution à énergie dissipée fixe, finie et non nulle.

Cette approche présente deux difficultés numériques importantes : la gestion des conditions aux limites et la nécessité de déterminer les voisins d'un noeud donné et de prendre en compte leur éloignement.

Une partie des inconvénients inhérents à l'approche intégrale peut être résolue via l'approche nonlocale à gradient. Cette approche, proposée en 1996 par Peerlings et al. dans [4] et d'autre part en 1995 par Fmond et Nedjar dans [3] en se basant sur les calculs réalisés en 1987 par Aifantis [2], semble a priori plus simple d'utilisation que la formulation intégrale dont elle est issue.

L'idée est de repartir de la formulation nonlocale intégrale classique (3) et de remplacer la variable locale par son développement en série de Taylor. On obtient alors :

$$\mathcal{V}^{nl} - c^2 \nabla^2 \mathcal{V}^{nl} = \mathcal{V} \quad (2)$$

où c est une longueur interne liée à la longueur caractéristique l_c de la formulation intégrale.

Il a été montré numériquement [4] que cette formulation présente des propriétés de régularisation similaires à celles de la formulation intégrale, mais elle présente un avantage majeur en vue d'une implémentation numérique. En effet le traitement nonlocal associé consiste en la résolution d'une équation supplémentaire mais il ne requiert pas la prise en compte du voisinage du point considéré dans le calcul du champ nonlocal.

Cependant ces approches nécessitent de prendre un certain nombre de précautions, notamment sur le choix de la variable nonlocale qui peut induire des comportements post-pics non physiques. Il est également primordial de s'assurer que la réponse élastique n'est pas affectée par le traitement nonlocal. Dans [5] Jirasek étudie le cas d'une barre en traction avec une régularisation nonlocale intégrale et différentes variables nonlocales pour tenter de déterminer celles à éviter.

Assez logiquement on observe que lors de l'utilisation d'une déformation nonlocale il est primordial de calculer les contraintes avec le champ local sous peine de complètement modifier la réponse élastique. Il apparait également que pour des raisons évidentes de temps de calcul les variables scalaires (déformation équivalente, taux de restitution d'énergie, ...) sont à privilégier aux variables tensorielles (déformations, contraintes, endommagement, ...).

Enfin il a été montré (cf. Figure 3) que dans certains cas, et en particulier pour l'endommagement nonlocal et la contrainte nonlocale, le comportement post-pic présente une contrainte finale non nulle.

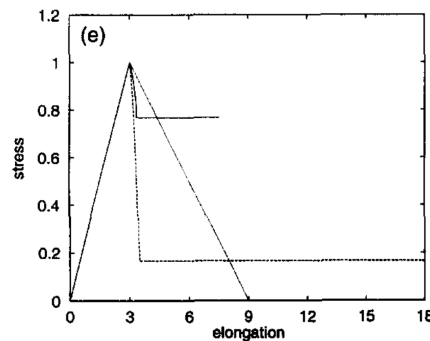


FIGURE 3 – Blocage de contrainte à la décharge pour l'endommagement nonlocal [5]

Au final on privilégiera pour ce type d'approche des régularisations portant sur des variables comme la déformation équivalente, le taux de restitution d'énergie, le tenseur des déformations (quoique un peu coûteux) et on évitera celles portant sur la contrainte.

1.3 Cahier des charges de la régularisation

A partir de ce qui précède on peut déterminer les propriétés que devrait avoir un "bon" limiteur de localisation. On souhaiterait notamment avoir :

- comportement réaliste y compris post-pic [5]
 - contrainte finale nulle
 - éventuellement Snap-Back global
- convergence vers une solution dissipant une énergie non nulle et réaliste [1]
- une zone fortement endommagée se comporte comme une fissure [7]
 - absence d'interaction à travers une pseudo fissure (lorsque $D=1$)
 - existence d'une solution en saut de déplacement à $D = 1$
- indépendance de la solution vis à vis du maillage pour une taille d'éléments suffisamment faible

Le principal défaut des approches étudiées précédemment vient du fait qu'une zone fortement endommagée ne se comportait pas comme une fissure.

L'approche eikonale étudiée ci-après devrait permettre de palier ce défaut.

2 Approche nonlocale eikonale

2.1 Formulation analytique

Une nouvelle méthode de régularisation nonlocale a été proposée en 2007 dans [7], basée sur la formulation intégrale de [1], mais où la mesure de distance est remplacée par un temps de vol.

La formulation intégrale devient donc :

$$\begin{cases} \mathcal{V}^{nl}(x) = \frac{1}{V_0} \int_{\Omega} \mathcal{V}(\xi) \alpha\left(\frac{\tau_{x\xi}}{\tau_c}\right) dv \\ V_0 = \int_{\Omega} \alpha\left(\frac{\tau_{x\xi}}{\tau_c}\right) dv \end{cases} \quad (3)$$

où $\tau_{x\xi}$ représente le temps de vol dans le matériau sur la distance $l_{x\xi}$ entre x et ξ et τ_c est le temps de vol dans le matériau vierge sur la longueur caractéristique l_c .

L'intérêt de cette approche réside dans le fait que, à travers la dépendance de la vitesse de propagation des ondes vis à vis de l'endommagement, le traitement nonlocal évolue avec l'endommagement.

En effet, la célérité des ondes dépendant du module de Young, on peut déterminer la vitesse effective en présence d'un endommagement isotrope D :

$$\tilde{c} = \sqrt{\frac{\tilde{E}}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-D)E}{\rho}} = \sqrt{1-D} c \quad (4)$$

Il apparaît que les temps de propagation tendent à augmenter avec l'endommagement, réduisant ainsi l'influence d'une zone fortement endommagée dans le calcul de la moyenne.

Il a été montré dans [7] via des calculs de propagation d'ondes qu'une zone fortement endommagée se comporte comme une fissure, ce qui suggère que l'approche eikonale pourrait être un bon moyen de gérer la transition endommagement-fissuration.

Il a également été montré dans [9] que cette approche donne de très bons résultats en terme de localisation de l'endommagement dans le cas d'une barre en traction. En effet le traitement nonlocal tend à être dissocié sur chaque partie de part et d'autre de la fissure, coupant toute interaction à travers la fissure et réglant l'un des principaux défauts des approches classiques.

Cependant, malgré ses qualités cette approche nécessite de calculer des temps de propagation en chaque point à chaque pas de temps ce qui représente un coût de calcul prohibitif.

Une formulation alternative serait de considérer un espace déformé par l'endommagement en remplaçant les temps de propagation par des distances effectives pondérées par l'endommagement, ce qui donnerait :

$$\begin{cases} \mathcal{V}^{nl}(\underline{x}) = \frac{1}{V_0} \int_{\Omega} \mathcal{V}(\underline{\xi}) \alpha\left(\frac{l_{x\xi}}{l_c}\right) dv = \int_{\Omega} \mathcal{V}(\underline{\xi}) \alpha\left(\frac{\tau_{x\xi}}{\tau_c}\right) dv \\ V_0 = \int_{\Omega} \alpha\left(\frac{l_{x\xi}}{l_c}\right) dv = \int_{\Omega} \alpha\left(\frac{\tau_{x\xi}}{\tau_c}\right) dv \end{cases} \quad (5)$$

Il est à noter que, sous réserve de bien choisir la variable régularisée, cette formulation est compatible avec tous les modèles d'endommagement, y compris anisotropes, sous réserve de bien choisir le type d'ondes considérées pour le calcul des temps de vol et des distances effectives.

Dans le cas d'un endommagement unidirectionnel, et en reprenant la démarche de [4], on peut montrer que la formulation intégrale est équivalente à la formulation à gradient suivante :

$$\mathcal{V}^{nl} - c^2 \sqrt{1-D} \nabla \left(\sqrt{1-D} \nabla \mathcal{V}^{nl} \right) = \mathcal{V} \quad (6)$$

Cette dernière formulation devrait conserver les propriétés de la formulation intégrale en temps de propagation tout en évitant à la fois les calculs de temps de vol et les problèmes de voisinage.

Elle semble donc tout à fait adaptée à une implémentation numérique non intrusive dans un logiciel de calcul comme Abaqus, ce qui fera l'objet de la suite de cet article.

3 Implémentations numériques

3.1 Équivalence thermomécanique

De façon analogue à ce qui a été fait dans [10], une implémentation non intrusive 1D des formulations nonlocales à gradient de type Peerlings (2) et eikonale (6) a été réalisée dans le logiciel de calcul Abaqus.

Ces implémentations ont été réalisées en utilisant un modèle d'endommagement avec adoucissement, sans plasticité et utilisant la déformation équivalente de Mazars $\hat{\epsilon}$ dont la version locale s'écrit :

$$\begin{cases} \hat{\epsilon} = \sqrt{\langle \epsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \epsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \epsilon_1 \rangle_+^2}, \quad \kappa(t) = \max_{\tau \leq t} \hat{\epsilon}(\tau) \\ D = \frac{1}{\kappa} \exp\left(\frac{-\langle \kappa - \epsilon_0 \rangle_+}{\epsilon_f - \epsilon_0}\right), \quad \underline{\sigma} = (1-D) \mathbb{C} : \underline{\epsilon} \end{cases} \quad (7)$$

Et qui devient après traitement nonlocal :

$$\begin{cases} \hat{\epsilon}^{nl} = \sqrt{\langle \epsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \epsilon_1 \rangle_+^2 + \langle \epsilon_1 \rangle_+^2}, \quad \kappa^{nl}(t) = \max_{\tau \leq t} \hat{\epsilon}^{nl}(\tau) \\ D = \frac{1}{\kappa^{nl}} \exp\left(\frac{-\langle \kappa^{nl} - \epsilon_0 \rangle_+}{\epsilon_f - \epsilon_0}\right), \quad \underline{\sigma} = (1-D) \mathbb{C} : \underline{\epsilon} \end{cases} \quad (8)$$

où $\hat{\epsilon}^{nl}$ est obtenue en appliquant le traitement nonlocal considéré à $\hat{\epsilon}$.

Comme dit précédemment, l'intérêt majeur des méthodes à gradient réside dans le fait que le traitement nonlocal revient à la résolution d'une équation supplémentaire de la forme :

$$\mathcal{V}^{nl} - A \nabla \left(B \nabla \mathcal{V}^{nl} \right) = \mathcal{V} \quad (9)$$

où A et B sont des coefficients pouvant dépendre de \mathcal{V}^{nl} et de D.

On notera que, sous hypothèse que A ne s'annule pas, cette équation peut être mise sous la forme :

$$-\nabla (B \nabla \mathcal{V}^{nl}) = \frac{\mathcal{V} - \mathcal{V}^{nl}}{A} \quad (10)$$

Les similitudes entre cette équation et l'équation de la chaleur (11) ont permis d'utiliser le solveur thermomécanique du logiciel Abaqus pour résoudre le problème de mécanique régularisé.

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla (\kappa \nabla T) = r \quad (11)$$

Les équations à gradient de type Peerlings (2) et eikonale (6) s'écrivent respectivement :

$$-\nabla (c^2 \nabla \mathcal{V}^{nl}) = \mathcal{V} - \mathcal{V}^{nl} \quad (12)$$

$$-\nabla (c^2 \sqrt{1-D} \nabla \mathcal{V}^{nl}) = \frac{\mathcal{V} - \mathcal{V}^{nl}}{\sqrt{1-D}} \quad (13)$$

Lors de l'implémentation numérique on substituera donc la variable nonlocale à la température, et on considèrera pour les autres termes de l'équation de la chaleur :

— dans la formulation à gradient de type Peerlings (2)

$$\kappa = c^2 \quad \text{et} \quad r = \mathcal{V} - \mathcal{V}^{nl} \quad (14)$$

— dans la formulation eikonale (6)

$$\kappa = c^2 \sqrt{1-D} \quad \text{et} \quad r = \frac{\mathcal{V} - \mathcal{V}^{nl}}{\sqrt{1-D}} \quad (15)$$

Il est à noter que le terme transitoire de l'équation de la chaleur n'a pas d'équivalent dans nos équations de régularisation. Il avait cependant été introduit par Fremond et Nedjar dans [3] et il pourra toutefois être conservé pour faciliter la convergence.

3.2 Formulation à gradient de type Peerlings

La première méthode de régularisation implémentée en utilisant cette analogie est la méthode à gradient de type Peerlings qui a permis de valider la pertinence de ce type d'implémentation.

Pour ce faire le cas d'une poutre de longueur $L = 20mm$, de section $S = 1mm^2$ ayant le comportement (7) et soumise à un chargement de traction à déplacement imposé a été étudié.

Les calculs ont été menés pour différentes tailles de mailles et différentes longueurs de régularisation en ajoutant à chaque fois un élément affaibli ($S = 0.99mm^2$) au milieu de la barre.

On peut voir Figure 4 que, pour une taille de maille $h = 0.1mm$, l'ajout de la régularisation permet de "lisser" la phase de décharge en supprimant notamment l'effet de Snap-Back pour des longueurs de régularisation suffisamment grandes. Dans le cas $c^2 = 0.2mm^2$ on note que la régularisation n'empêche pas l'effet de Snap-Back et, le calcul se faisant à déplacement imposé, on observe un saut de contrainte rendu possible par la présence du terme transitoire dans l'équation de la chaleur.

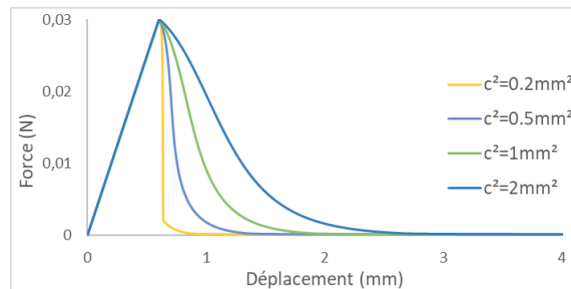


FIGURE 4 – Influence de la longueur de régularisation sur la courbe d'équilibre ($h=0.1$)

On observe également Figure 5 que pour une longueur de régularisation fixée ($c^2 = 1.$) les courbes de réponse convergent vers une solution réaliste, et tendent à se superposer pour $h/c < 0.5$.

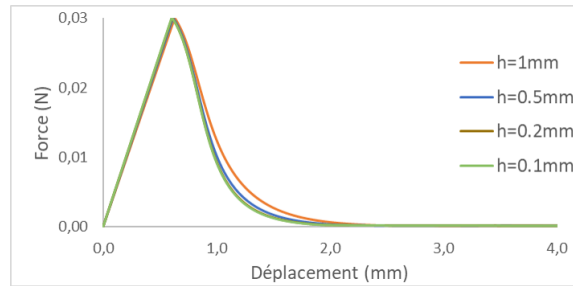


FIGURE 5 – Influence de la taille d'élément sur la courbe d'équilibre ($c=1$)

On observe également que, de façon assez logique, la taille de la zone sur laquelle l'endommagement se répartit est directement liée à la longueur de régularisation. Il est intéressant de noter que, en dehors des cas présentant des Snap-Backs qui sinon ne convergent pas, les résultats obtenus restent inchangés lorsqu'on retire le terme transitoire de l'équation de la chaleur.

3.3 Formulation eikonale à gradient

La formulation nonocale eikonale à gradient a également été implémentée en utilisant cette analogie en vue de résoudre les mêmes problèmes types que ceux étudiés avec la formulation de type Peerlings.

Là encore on observe une influence de la longueur interne c sur la taille de la zone endommagée et sur la courbe de réponse, et on retrouve la convergence vers une solution d'énergie finie non nulle.

En revanche, dans ce cas, le phénomène de Snap-Back apparaît pour des longueurs de régularisation bien plus grande ($c^2 = 1$ sur la Figure 6), ce qui est cohérent avec le fait que la longueur de régularisation $l = c(1 - D)^{1/4}$ diminue avec l'évolution de l'endommagement et tend vers 0 lorsque D tend vers 1.

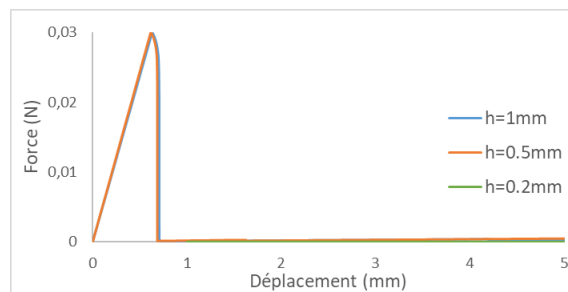


FIGURE 6 – Influence de la taille d'élément sur la courbe d'équilibre ($c=1$)

Là encore la convergence en présence d'un saut de contraintes est rendue possible par le terme transitoire de l'équation de la chaleur qui permet d'assurer la conservation de l'énergie.

Il apparaît donc nécessaire, pour s'affranchir de ce terme transitoire et modéliser convenablement le phénomène de Snap-Back, d'utiliser une méthode de pilotage alternative qui permettrait de visualiser le retour arrière de la courbe lors de la décharge. L'implémentation devant rester non intrusive, un pilotage global en dissipation sera privilégié au détriment d'un pilotage en déformation par exemple.

3.4 Pilotage en dissipation

L'idée de la méthode de pilotage en dissipation présentée ici est d'imposer l'incrément d'énergie dissipée entre deux pas de temps. De part sa nature, cette méthode ne pourra être utilisée pour piloter le

chargement qu'après l'initialisation du phénomène dissipatif considéré, ici l'endommagement.

Dans le cas classique du chargement à déplacement imposé, le pilotage peut être vu comme l'ajout au système initial $\mathbb{K} \cdot \underline{U} = \underline{F}$ d'une équation fixant l'incrément de déplacement $U^{t+dt} - U^t$.

Le déplacement en bout de poutre est alors imposé par l'équation de pilotage tandis que l'effort est une inconnue du problème.

Dans le cas du pilotage en dissipation, l'idée est d'imposer l'énergie dissipée $\Delta \mathcal{D}$ en passant du point (U^t, F^t) connu au point (U^{t+dt}, F^{t+dt}) inconnu. En première approximation on peut écrire :

$$\Delta \mathcal{D} = F^{t+dt} (U^{t+dt} - U^t) - U^{t+dt} (F^{t+dt} - F^t) \quad (16)$$

En ajoutant cette équation au système initial $\mathbb{K} \cdot \underline{U} = \underline{F}$ on obtient pour l'élément en bout de poutre :

$$\begin{cases} K_{sec}^{t+dt} \cdot U^{t+dt} = F^{t+dt} \\ F^{t+dt} (U^{t+dt} - U^t) - U^{t+dt} (F^{t+dt} - F^t) = \mathcal{D}_0 \cdot dt \end{cases} \quad (17)$$

où \mathcal{D}_0 est un paramètre de chargement caractérisant l'énergie totale à dissiper.

L'implémentation d'une stratégie de pilotage en déplacement puis en dissipation dans le logiciel Abaqus a permis de visualiser des Snap-Back sur des cas tests non régularisés et devrait bientôt permettre de simuler complètement ces cas de chargements avec la régularisation eikonale.

4 Conclusion

Une première implémentation numérique non intrusive des modèles à gradient de type Peerlings et de l'approche eikonale a été menée en utilisant le module de thermomécanique du logiciel Abaqus, et les résultats ainsi obtenus semblent encourageants.

Références

- [1] G. Pijaudier-Cabot and Z. P. Bazant. Nonlocal Damage Theory. *Journal of Engineering Mechanics* , 113 (1987).
- [2] E. C. Aifantis. The physics of plastic deformation. *International Journal of Plasticity* , 3 (1987) 211-247.
- [3] M. Fremond and B. Nedjar. Damage, gradient of damage and principle of virtual power. *International Journal of Solids Structures* , 33 (1995) 1083-1103.
- [4] R. H. J. Peerlings and R. De Borst and W. A. M. Breckelmans and J. H. P. De Wree Gradient enhanced damage for quasi brittle materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* , 39 (1996) 3391- 3403.
- [5] M. Jirasek. Nonlocal models for damage and fracture, comparison of approaches. *International Journal of Solids and Structures*, 35 (1998) 4133-4145.
- [6] M. A. Gutiérrez. Energy release control for numerical simulations of failure in quasi-brittle solids. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 20 (2004) 19-29.
- [7] R. Desmorat and F. Gatuingt. Introduction of an internal time in nonlocal integral theories. *Internal Report LMT-Cachan*, 268 (2007).
- [8] C. Miehe and F. Welschinger and M. Hofacker Thermodynamically consistent phase-field models of fracture : Variational principles and multi-field FE implementations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83 (2010) 1273-1311.
- [9] R. Desmorat and F. Gatuingt and M. Jirasek. Nonlocal models with damage-dependent interactions motivated by internal time. *Engineering Fracture Mechanics*, 142 (2015) 255-275.
- [10] E. Azinpour and J. P. S. Ferreira and M. P. L. Parente and J. Cesar de Sa. A simple and unified implementation of phase field and gradient damage models. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, (2018).

Formation :

- 2018 -** **Laboratoire de Mécanique et de Technologie, Ecole Normale Supérieure Paris Saclay**
Thèse en mécanique des matériaux sur la modélisation de l'endommagement.
Département de Génie Civil, Ecole Normale Supérieure Paris Saclay
Chargé de TD en mathématiques et mécanique des milieux continus.
- 2016-2017** **Ecole Normale Supérieure Cachan // Université Paris-Saclay // Paristech**
M2 MAGIS: Mechanics of Materials for Engineering and Integrity of Structures
EPF Ecole d'ingénieur, Sceaux
Colleur en mathématiques et en mécanique.
- 2016** **Agrégation de Sciences Industrielles, option Ingénierie Mécanique (Rang 14)**
- 2015-2016** **Ecole Normale Supérieure de Cachan,**
M2, "Formation à l'Enseignement Supérieur en mécanique", Mention Très Bien, Major
- 2014-2015** **Ecole Normale Supérieure de Cachan,**
Master 1, "Mécanique des Matériaux et des Structures", Mention Bien
Université Paris Sud, Orsay
En Parallèle : Master 1 de Physique Fondamentale, Mention Bien
- 2013-2014** **Ecole Normale Supérieure de Cachan,**
Année pluridisciplinaire SAPHIRE, option Mécanique, Mention Bien
En Parallèle : Licence 3 de Physique Fondamentale, Université Paris-Sud, Mention Bien
- 2013** **Admission sur concours à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan**
- 2010** **Bac S, spécialité math option sciences de l'ingénieur, mention bien**

Expériences :

- **Stage d'été au CERN (2017)**
 - Etude de l'endommagement et fissuration de soudures dans les écrans de faisceau HL-LHC.
- **Stage de 5 mois au LMT-Cachan (2017) :**
 - Etude de la propagation de fissures en présence de mode III en sollicitations multiaxiales.
- **Stage de 3 mois au CEA de Cadarache (2015) :**
 - Modélisation du comportement micromécanique du dioxyde d'Uranium
- **Projets scolaires, 2013 et 2015 :**
 - Ensemble de projets de modélisation mécanique, volumétrie globale de 800heures.

Compétences :

GESTION, MANAGEMENT

- Membre du bureau de la junior entreprise de l'ENS
- Vice-président de l'association 'Réseaux' du Campus de l'ENS (1200 adhérents)

LANGUES :

- Anglais courant (TOEIC 975)

INFORMATIQUE :

- Logiciels de Simulation/Calcul : Catia, CASTEM, Matlab,
- Langage : Python, C++